逻辑学研究　2026 年第 1 期，89–114
文章编号：1674-3202(2026)-01-0089-26

公理化动态排序语义：一个用于情感计算中异构排序整合的元逻辑框架

邱德钧　　　李玮农

摘　要：情感计算需整合 KLM 条件逻辑、AGM 信念修正、形式概念分析 FCA 及偏好逻辑等异构逻辑系统已有方法进行情感相关推理，各系统均可输出排序性判断，但其语义异质性与潜在冲突导致了“前提选择困境”。本文提出基于排序性的动态排序语义（Dynamic Sorted Semantics, DSS）元逻辑框架，通过（准）公理化方法为这一困境提供形式化、有原则的解决方案，将异构逻辑的输出统一映射到共通可比较项领域（$\mathcal{U}$）上的通用排序谓词 $\geq$；通过上下文元特征向量 $\vec{F_{ctx}}$ 实现情境感知；并运用满足一组（准）公理化属性（P1-P9）的动态影响函数 ω 和同样受（准）公理化属性（F-UD 至 F-G）约束的排序融合算子 $\mathcal{F}$，生成统一的、上下文相关的综合排序关系 $\geq_{FusedCtx}$。本文的元逻辑论证采用刻画 DSS 的上下文敏感性与非单调性实现。通过这种（准）公理化的设计，增强了情感 AI 进行前提选择时的原则性、适应性与可分析性，为动态决策场景下的复杂推理提供了坚实的逻辑基础。

关键词：动态排序语义；元逻辑；异构排序整合；公理化方法

中图分类号：B81　　　**文献标识码**：A

1　引言

情感计算（Affective Computing）目的是赋予机器感知、理解并恰当响应人类情感的能力（[9, 17, 18]），但鉴于情感不可通约性限制了计算的可行性，而 AI 落地应用又要求必须加快情感计算的应用布置，观察到抽象对象大多不可计算却可依据某一标准排序的特性，据此来应对这一理论和实践不协调的困境。人类情感具有动态性与情境依赖性，推理情感时单一逻辑范式难以胜任，必须依赖多种异构逻辑系统，主要包括 KLM 条件逻辑（Kraus-Lehmann-Magidor Conditional Logic,

---

收稿日期：2025-06-17

作者信息：邱德钧　兰州大学哲学社会学院
qiudjun@lzu.edu.cn
李玮农　兰州大学哲学社会学院
liwn2023@lzu.edu.cn

基金项目：国家社会科学基金项目（20BXZ107）。

致　　谢：感谢中国人民大学刘永谋教授对本文的帮助，本研究源起于刘永谋教授在兰州大学主持的“机器情感的人文审度”学术讨论启发，为情感计算应用尝试建立统一的逻辑基础。

KLM 条件逻辑）（[7]）用以处理默认与例外，AGM 信念修正理论（Alchourrón-Gärdenfors-Makinson Belief Revision, AGM 理论）（[1, 15]）用以管理动态信念，FCA 形式概念分析（Formal Concept Analysis, FCA）（[4, 11]）用以提取上下文模式，以及偏好逻辑（[8, 13, 16]）用以表达目标与规范。

这些逻辑系统在实际被应用于具体的情感推理任务时，各自基于其独特的语义和原则，如典型性、信念坚固性、数据显著性或期望性产生排序性判断，即对候选选项情感标签、推理规则、行动方案等，赋予某种优先级或选择倾向性。这些排序性的语义异质，其间存在潜在的冲突与不可通约性，导致前提选择的异构性困境，当不同逻辑源提供矛盾或无法直接比较的命题时，系统缺乏一个统一且有原则的元级别标准来决定采纳何者，以作为下一步推理或决策的前提。这一困境是构建真正智能、适应性强且行为一致的高级情感计算系统的核心瓶颈。

为何以排序性为核心整合异构逻辑？理由在于，尽管不同逻辑的语义基础各不相同，但“排序”——作为一种表达对选项间相对优先级或偏好关系的结构——构成了它们在决策层面输出的一个共通的、可比较的抽象形式。相较于直接合并可能相互矛盾的命题集，或将所有异质判断强制量化为统一的数值标度，从各个逻辑的内在排序倾向入手，能提供一种灵活且语义侵害更小的整合途径。排序性，特别是预序（preorder）结构，作为一种基础的比较关系，能够容纳无差异和不可比的情况，为异构语义的统一比较和后续的原则性融合，如借鉴社会选择理论中的偏好聚合方法（[2, 14]），提供了结构通用性和可行性基础。

如何形式化这种基于排序性的融合？我们提出动态排序语义（Dynamic Sorted Semantics, DSS），通过（准）公理化方法形式化排序整合过程，在更高层的元逻辑上实现统一排序，主要依据三个关键要素的协同运作：（1）定义共通可比较项领域 $\mathcal{U}$ 和通用的、依据上下文场境具体化的排序谓词 $\geq_S^{\vec{F_{ctx}}}$，将各逻辑源的特定排序性输出映射到这个统一表示上，给出统一的语义基础。（2）通过从情境数据中提炼出的上下文元特征向量 $\vec{F_{ctx}}$，驱动一个满足一组（准）公理化属性（本文标记为 P1-P9）的动态影响函数 ω，该函数为各逻辑源动态赋予影响力，感知上下文的动态变化。（3）运用同样受一组（准）公理化属性（本文标记为 F-UD 至 F-G）约束的排序融合算子 $\mathcal{F}$，将经过影响力调制的多个个体排序聚合成一个单一的、统一的综合排序关系 $\geq_{FusedCtx}$，用以直接指导前提选择。

文中主要致力于对 DSS 框架进行严格的形式化，并重点对其核心组件 ω 和 $\mathcal{F}$ 的（准）公理化属性进行探讨，为解决前提选择困境提供一个逻辑基础更坚实、运作更具原则性且适应动态情境的解决方案，从而提升情感 AI 的推理能力。第2部分将深入论证为何选择排序性作为整合异构逻辑的必要且有效的方法。第3部分详细阐述 DSS 的形式化框架，包括其语义基础、上下文感知机制、动态影响函数 ω 及其（准）公理化属性。第4部分从元逻辑视角分析 DSS 的整体特性，如上下文敏感性与非单调性，并初步讨论其系统层面的（准）公理化一致性与可靠性问

题。第5部分通过一个高度凝练的应用场景示意其运作，并指出当前框架的局限性与未来值得深入研究的开放性逻辑问题。

2 排序性整合的必要性

情感计算中的推理需依赖并适度统合异构逻辑系统包括 KLM（[7]）、AGM（[1]）、FCA（[4]）和偏好逻辑（[8]）。这些系统各自基于其核心原则——如典型性、信念坚固性、数据模式显著性或目标期望性——对情感相关选项产生排序性判断。这些语义异质、优先级可能冲突的排序性判断在统一的系统中汇集时如何处理其间的冲突，统一这些输出并最终形成一个一致的、可指导后续推理或行动的前提选择？以排序性作为整合异构逻辑输出的共通抽象和操作基础，是必要且有效的方法。我们将首先分析几种关键异构逻辑所固有的排序性本质，随后从结构通用性、融合可行性以及对动态特性的适应性三个层面，系统论证为何选择排序性作为构建 DSS 这一元逻辑框架的理论基石。

2.1 异构逻辑的排序性本质

情感计算所依赖的多种逻辑系统，尽管其目标、语言和推理机制各不相同，但在其应用于具体决策或评估时，均内隐或外显地体现出一种对相关选项进行排序或赋予优先级的倾向。KLM 通过对默认规则和例外情况的处理，定义了基于典型性的排序。例如，在排序模型中，一个可能世界 w_1 比另一个世界 w_2 更典型 $w_1 \geq_{KLM} w_2$，意味着 w_1 所代表的状态或事件序列更符合常规预期。（[7]）在情感推理中，这对应于对某种情感状态或情感反应规则的典型性判断，从而为前提选择提供了基于常规性的初步排序。

AGM 的核心在于管理信念的动态变化，其排序性体现在对信念的坚固性的比较上。一个信念 ϕ_1 比另一个信念 ϕ_2 更坚固 $\phi_1 \geq_{AGM} \phi_2$，意味着在面临与两者都冲突的新信息时，系统更倾向于保留 ϕ_1 而修正或放弃 ϕ_2。（[1]）这为情感相关信念，如“用户当前感到沮丧”优先于“用户当前感到困惑”的取舍提供了基于认知保守性的排序。

FCA 通过构建概念格来揭示数据中对象与属性之间的结构化关联。（[4]）其排序性可以从多个维度派生，如基于概念的支持度如外延大小、稳定性或新颖性或者当前情境数据中提取出的模式或特征，如 $P1 \geq_{FCA} P2$ 表示模式 $P1$ 比 $P2$ 更显著或更重要来进行排序。在情感计算中，这有助于对即时上下文中的关键线索或情感模式，如“高唤醒度生理指标组合的显著性”进行优先级排序。

偏好逻辑则直接处理关于命题、状态、行动等选项的期望性或规范性的排序。（[12]）$A_1 \geq_{Pref} A_2$ 直接表示选项 A_1 至少和 A_2 一样被偏好或一样符合规范。这为情感计算系统在进行决策时，如选择共情回应优于直接挑战，提供了

基于目标、用户指令或伦理准则的明确排序。

这些逻辑系统产生的排序基于不同的典型性序、坚固性序、显著性序、期望性序，虽然语义异构，但它们在结构上往往都至少满足预序的性质，即自反性和传递性。正是这种语义上的异质性——例如，“典型性”与“期望性”之间如何直接比较？——使得在缺乏统一元框架时，它们的简单汇集极易导致前提选择的冲突与瘫痪。DSS 的目标正是通过将这些异质的排序性输出抽象到一个共通的、形式化的排序谓词 $\geq$ 上，保留其各自逻辑源的特性，同时在一个统一的比较框架内实现后续的原则性比较与融合。

2.2 排序性统一的理论依据

为何选择排序性作为整合异构逻辑输出的核心，并以此构建 DSS 元逻辑框架？我们从逻辑结构、融合可行性和动态适应性三个层面提出论证。

从结构通用性考察，排序性，特别是作为其数学抽象的预序关系，是许多逻辑系统和决策模型在表达比较判断时所共有的、一个相对基础和通用的结构。([8]) 它允许进行弱比较，能够自然地容纳严格偏好、无差异乃至不可比等多种比较结果。相比于试图将所有异构逻辑的输出都强制映射为统一的命题集合而因语义冲突而导致逻辑矛盾，或将所有异构逻辑的输出都强制映射为统一的数值标度而缺乏足够的量化依据或引入不必要的强假设而导致信息失真，以排序性为接口，对原始逻辑的语义侵害更小，适应性更广。

从融合可行性考察，社会选择理论（[2, 10]）的长期研究已经证明，尽管完美的偏好（排序）聚合机制在满足所有理想公理时面临不可能性结果，但依然存在一系列有原则的、可操作的排序聚合方法，如 Borda 计数法（Borda Count）、Condorcet 方法（Condorcet Method）变体以及词典式排序等，它们能够在特定条件下有效地处理冲突的个体偏好，并产生一个集体的、相对合理的综合排序。DSS 正是借鉴了这些理论成果，通过设计满足特定（准）公理化属性的融合算子 $\mathcal{F}$ 来整合来自不同逻辑源的个体排序 $\geq_S^{\vec{F_{ctx}}}$，从而为前提选择困境提供结构化的解决方案。

应对变化的情感，还需要从动态特性与元逻辑的适应性衡量。情感计算本质上是动态的、上下文相关的，其推理过程往往是非单调的。以排序性为核心的整合框架，天然地适合与动态影响机制相结合。DSS 通过上下文元特征向量 $\vec{F_{ctx}}$ 和动态影响函数 ω，可以实时地调整不同排序源的权重或优先级，从而使最终的综合排序能够灵活适应情境变化。这种对排序本身的动态调整和元级别操控，超越了传统静态逻辑框架的局限，使其能够更好地支持情感计算的动态决策需求，并为构建具有非单调推理能力的元逻辑系统提供了良好的基础。([3])

为形式化地实现这种基于排序性的统一，DSS 为每个逻辑源 S_i 定义了一个映射 T_i，用来表示从其特定排序输出 $\geq_{S_i}$ 到通用排序谓词 $\geq$ 的输出具体映射关系 $\geq_{S_i}^{\vec{F_{ctx}}}$。这个映射 $T_i : \mathrm{NativeSort}_{S_i}, \vec{F_{ctx}} \to \mathrm{PreorderOn}(\mathcal{U})$ 确保语义的核心部分

得到保留，如果源 S_i 判断 x 优于 y，则映射后应有 $x >_{S_i}^{\vec{F_{ctx}}} y$ 或至少 $x \geq_{S_i}^{\vec{F_{ctx}}} y$ 且非 $y >_{S_i}^{\vec{F_{ctx}}} x$，同时将所有输出都统一到共通可比较项领域 $\mathcal{U}$ 上的预序结构。这避免了直接合并可能在逻辑层面不一致的原始命题集，也避免了对所有判断进行可能失真的强制数值化。

2.3 DSS 的元逻辑定位：以排序性为核心的整合框架

基于上述论证，DSS 将自身清晰地定位为一个元逻辑框架（meta-logical framework）。它不直接参与对象层的具体情感事实推导，而是作用于一个由多个异构对象层逻辑系统 $\mathcal{S} = \{S_1, \ldots, S_n\}$ 组成的集合之上。DSS 的核心任务是通过对这些系统各自输出的排序性判断进行统一表示、上下文相关的动态影响评估以及原则性的融合，来解决它们在共同参与前提选择时可能产生的冲突与困境。

其元逻辑特性在于（1）它推理的是关于“不同逻辑源的排序建议”的属性。（2）它运用的是元级别的规则动态影响函数 ω 的（准）公理和融合算子 $\mathcal{F}$ 的（准）公理来指导这个整合过程。（3）最终输出的是一个系统级的综合排序偏好 $\geq_{FusedCtx}$，用以指导对象层为下一步进行前提选择。

通过这种以排序性为核心的元逻辑构建，DSS 不仅旨在统一异构的排序判断，更重要的是，它通过对其核心机制进行（准）公理化的设计，增强整个整合过程的原则性、可分析性和适应性，这区别于许多仅依赖启发式规则或特定算法的集成方法。这种元逻辑地位及其对动态性的处理，为在逻辑学与情感计算的交叉领域构建更强大、更可靠的推理系统奠定了重要的理论基础。

3 DSS 的形式化框架

我们首先讨论 DSS 框架的形式化基础、运作机理的各个核心组成部分，即作为语义基础的共通可比较项领域与通用排序谓词；上下文感知机制与上下文元特征的角色；形式化的动态影响函数及其（准）公理 P1-P9；以及规范描述的排序融合算子和约束它的（准）公理 F-UD 至 F-G。（[2, 4, 8]）

3.1 语义基础：域与排序谓词

下面将围绕 DSS 系统的基本语义构件展开，明确异构排序融合所依赖的共通可比较项领域及其通用排序谓词的定义，为后续各影响机制和排序操作的形式化提供基础。

3.1.1 共通可比较项领域 $\mathcal{U}$ 与通用排序谓词 $\geq$

为实现对异质排序信息的统一处理，DSS 首先建立共通的语义基础。

定义 3.1 (共通可比较项领域 $\mathcal{U}$). 共通可比较项领域（$\mathcal{U}$）是在特定情感推理任务的决策节点上，系统需从中比较、排序和选择的元素的集合。$\mathcal{U}$ 的构成具有任务依赖性与情境相关性，例如，可以是候选的情感状态标签集 $u_1, u_2, \ldots, u_k$，或可能的行动方案集。

定义 3.2 (通用排序谓词 $\geq$). 通用排序谓词 $\geq$ 是定义在 $\mathcal{U}\times\mathcal{U}$ 上的二元关系。$x \geq y$（$x, y \in \mathcal{U}$）直观表示在特定排序标准下，x 至少和 y 一样优先。基于 $\geq$ 可派生严格偏好 $>$：$x > y \iff x \geq y \wedge \neg(y \geq x)$；无差异 $\sim$：$x \sim y \iff x \geq y \wedge y \geq x$；以及不可比 $\bowtie$：$x \bowtie y \iff \neg(x \geq y) \wedge \neg(y \geq x)$。

3.1.2 依据上下文场境具体化的个体排序 $\geq_S^{\vec{F_{ctx}}}$ 及其基本逻辑属性

定义 3.3 (依据上下文场境具体化的个体排序谓词 $\geq_S^{\vec{F_{ctx}}}$). 对于逻辑源 $S \in \mathcal{S}$ 和上下文元特征向量 $\vec{F_{ctx}}$，个体排序谓词 $\geq_S^{\vec{F_{ctx}}}$ 表示在当前上下文 $\vec{F_{ctx}}$ 下，据源 S 的标准，x 至少和 y 一样优先。其具体语义由 (S) 决定。

为保证后续融合的有效性，DSS 每个个体排序 $\geq_S^{\vec{F_{ctx}}}$ 至少满足预序的（准）公理化要求（详细定义及更高阶属性讨论见附录 A）：

- 公理 P-Reflexivity（自反性）: $\forall x \in \mathcal{U}, x \geq_S^{\vec{F_{ctx}}} x$。
- 公理 P-Transitivity（传递性）: 若 $x \geq_S^{\vec{F_{ctx}}} y \wedge y \geq_S^{\vec{F_{ctx}}} z$，则 $x \geq_S^{\vec{F_{ctx}}} z$。

3.1.3 从情感相关逻辑到统一排序表示的映射

各异构逻辑源 S_k 的原始输出需通过映射函数 T_k 转换为统一的 $\geq_{S_k}^{\vec{F_{ctx}}}$ 形式。映射（T_k : $\text{InternalOutput}_{S_k}$，$\vec{F_{ctx}} \to \text{PreorderOn}(\mathcal{U})$）应遵循语义保真性、结构兼容性、上下文敏感性传递及对 $\mathcal{U}$ 的覆盖性原则。该公式定义了，对于每一个异构逻辑源，都存在一个相应的映射机制，这个机制能够获取该逻辑源在当前上下文影响下所产生的内部输出，并将这个内部输出转换或映射成一个定义在共通可比较项域上的预序关系。例如：

- S_{KLM} 中，据规则典型性强度排序结论，$x \geq_{KLM}^{\vec{F_{ctx}}} y$，若推导 (x) 比 (y) 更典型。
- S_{AGM} 中据信念坚固性排序，$\phi \geq_{AGM}^{\vec{F_{ctx}}} \psi$，若信念 ϕ 至少和 ψ 一样坚固。
- S_{FCA} 中据模式显著性得分排序,$C_x \geq_{FCA}^{\vec{F_{ctx}}} C_y$ 若概念 C_x 的显著性不低于 C_y。
- S_{Pref} 中据效用函数或明确偏好序排序，$x \geq_{Pref}^{\vec{F_{ctx}}} y \iff \text{Utility}(x, \vec{F_{ctx}}) \geq \text{Utility}(y, \vec{F_{ctx}})$。

通过映射，形成规范化的个体排序配置 $\Pi^{\vec{F_{ctx}}} = \{\geq_{S_1}^{\vec{F_{ctx}}}, \ldots, \geq_{S_n}^{\vec{F_{ctx}}}\}$。

3.2 上下文感知与动态影响函数 ω 的公理化性质

情感的变化性要求 DSS 对上下文敏感，且具有动态调整能力，这主要通过上下文元特征的提取和动态影响函数的运作实现。

3.2.1 上下文元特征 $\vec{F_{ctx}}$ 的角色：FCA 驱动的动态情境表征

上下文元特征向量 $\vec{F_{ctx}} = (f_1, \ldots, f_k)$ 是从原始情境数据中提炼的、表征当前情境关键方面的形式化描述。针对 FCA（[4]），$\vec{F_{ctx}}$ 从数据中发现模式与关联，为量化上下文特征，如情感唤醒度、信息清晰度、任务紧急度等提供基础。本文为避免赘述，假定存在有效机制生成与前提选择任务相关的 $\vec{F_{ctx}}$，作为动态影响函数 ω 的核心输入。

3.2.2 动态影响函数 ω ：形式化与（准）公理化属性

动态影响函数 ω 根据 $\vec{F_{ctx}}$ 为各逻辑源 S_i 赋予动态影响力。

形式化定义域与值域：令 $\mathcal{S} = \{S_1, \ldots, S_n\}$ 为逻辑源集，$\mathbb{F}$ 为 $\vec{F_{ctx}}$ 空间。权重型影响力函数 $\omega_{S_i} : \mathbb{F} \to [0, 1]$ 输出源 S_i 在 $\vec{F_{ctx}}$ 下的权重 $\omega_{S_i}(\vec{F_{ctx}})$。全体影响力函数 $\Omega_W : \mathbb{F} \to [0, 1]^n$ 输出权重向量 $\vec{W}(\vec{F_{ctx}}) = (\omega_{S_1}(\vec{F_{ctx}}), \ldots, \omega_{S_n}(\vec{F_{ctx}}))$。

简述实例如下：

- 基于规则的 RB-ω 通过“IF $\phi_{i,l}(\vec{F_{ctx}})$ THEN $\omega_{S_i} = w_{i,l}$ ”形式的规则集确定权重。
- 基于归一化线性组合的 NLC-ω 一般为：

$$\omega_{S_i}(\vec{F_{ctx}}) = \text{Normalize}(\sigma(b_i + \sum \alpha_{ij} v(f_j) + \sum \beta_{ijk} v(f_j) v(f_k)))$$

  其中 σ 为激活函数，参数 b, α, β 控制影响，Normalize 为归一化函数。这是一个一般化的概略公式，具体应用中可能更复杂，如：

$$\omega_i(\vec{F_{ctx}}) = \frac{\exp(a_i + \sum_{j=1}^{m} b_{ij} f_j + \sum_{j<k} c_{ijk} f_j f_k)}{\sum_{l=1}^{n} \exp(a_l + \sum_{j=1}^{m} b_{lj} f_j + \sum_{j<k} c_{ljk} f_j f_k)}$$

为确保 ω 函数行为的合理性、可预测性和适应性，我们提出其应满足以下（准）公理化属性 P1-P9（详细定义与具体实例对其满足性的证明参见附录 B）。

P1（有界性）： $0 \leq \omega_{S_i}(\vec{F_{ctx}}) \leq 1$。确保影响力权重是标准化的度量。

P2（权重归一化）： $\sum \omega_{S_i}(\vec{F_{ctx}}) = 1$（用于概率解释或相关融合方法）。

P3（基线影响力）： 存在中性上下文 $\vec{F_{neutral}}$ 使 $\omega_{S_i}(\vec{F_{neutral}}) = w_i^0$（先验影响力）。

P4（上下文单调性）： 若某上下文特征 f_j 增强明确导致 S_i 影响力应增强（或减弱），则 ω_{S_i} 在该维度上应单调非减（或非增）。

P5（上下文敏感度）： 存在特征变化能导致权重变化，即 ω 确实对上下文敏感。

P6（稳定性/鲁棒性）： $\vec{F_{ctx}}$ 的微小扰动应仅导致 ω_{S_i} 的微小变化（或不变）。

P7（否决）： 特定上下文 $\vec{F_{ctx}}$ 可赋予某源 S_k 绝对主导权 $\omega_{S_k} \approx 1$ 或完全否决某源 $\omega_{S_j} \approx 0$。

P8（特征独立与交互效应）： ω_{S_i} 应能反映上下文特征的独立影响及它们之间的交互影响。

P9（公平性）： 对于任意两个源 S_i, S_j，应存在某个上下文 $\vec{F_{ctx}}$ 使得它们的影响力权重相近 $|\omega_i(\vec{F_{ctx}}) - \omega_j(\vec{F_{ctx}})| < \epsilon$，避免系统性偏袒。

3.2.3 生成影响力配置：动态权重 $\vec{W}(\vec{F_{ctx}})$ 与元级别排序 $\geq_M^{\vec{F_{ctx}}}$

ω 函数的输出构成了影响力配置 $I^{\vec{F_{ctx}}}$，主要形式为动态权重配置 $\vec{W}(\vec{F_{ctx}})$，即前述的权重向量 $(w_1, \ldots, w_n)$，直接用于加权数值融合。元级别排序配置 $\geq_M^{\vec{F_{ctx}}}$ 则是一个在逻辑源集合 $\mathcal{S}$ 上的（预）序关系，表示源间的相对权威性或优先级，由 ω 直接输出或从权重间接导出，用于词典式融合。

3.3 排序融合：融合算子 $\mathcal{F}$ 的（准）公理化性质与机制

获得影响力配置后，DSS 通过排序融合算子 $\mathcal{F}$ 将多元个体排序聚合成统一的综合排序。

3.3.1 多源异构排序融合的形式化设定

融合算子 $\mathcal{F} : \mathbb{R}^{n\times|\mathcal{U}|\times|\mathcal{U}|} \times I \to \mathbb{R}^{|\mathcal{U}|\times|\mathcal{U}|}$ 接收个体排序配置 $\Pi^{\vec{F_{ctx}}}$ 和影响力配置 $I^{\vec{F_{ctx}}}$ 作为输入，输出综合排序关系 $\geq_{Fused}^{\vec{F_{ctx}}}$。

3.3.2 核心融合算子（F_{Lex} 和 F_{WNum}）的规范描述

a. 基于动态元排序的词典式融合 F_{Lex}： 严格按元级别排序 $S_{Order} = (S_1, \ldots, S_n)$ 逐级查询，高优先级源的严格偏好具决定性。若高优先级源无差异或不可比，则顺延。

Algorithm 1 词典式融合 F_{Lex}

Require: 共通可比较项领域 $\mathcal{U}$，排序配置 $\Pi^{\vec{F}_{ctx}} = \{\geq_{S_1}^{\vec{F}_{ctx}}, \ldots, \geq_{S_n}^{\vec{F}_{ctx}}\}$，逻辑源的元级别全序 $S_1 \succ_M^{\vec{F}_{ctx}} S_2 \succ_M^{\vec{F}_{ctx}} \cdots \succ_M^{\vec{F}_{ctx}} S_n$ (由 $\geq_M^{\vec{F}_{ctx}}$ 导出，为简化，此处假设为全序；若为偏序，则需额外处理，如考虑所有线性扩展或引入选择函数)。

Ensure: 综合排序关系 $\geq_{Fused}^{\vec{F}_{ctx}}$。

初始化 $\geq_{Fused}^{\vec{F}_{ctx}}$ 为空关系。
for all 每一对不同的元素 $x, y \in \mathcal{U}$ **do**
　$resolved \leftarrow$ false
　for $k \leftarrow 1$ to n **do** ▷ 按元排序顺序遍历逻辑源 S_k
　　获取源 S_k 对 x, y 的比较关系：
　　if $x >_{S_k}^{\vec{F}_{ctx}} y$ (即 $x \geq_{S_k}^{\vec{F}_{ctx}} y \wedge \neg(y \geq_{S_k}^{\vec{F}_{ctx}} x)$) **then**
　　　在 $\geq_{Fused}^{\vec{F}_{ctx}}$ 中设定 $x >_{Fused}^{\vec{F}_{ctx}} y$ (即 $x \geq_{Fused}^{\vec{F}_{ctx}} y \wedge \neg(y \geq_{Fused}^{\vec{F}_{ctx}} x)$)
　　　$resolved \leftarrow$ true
　　　break ▷ 跳出内层循环 (b)
　　else if $y >_{S_k}^{\vec{F}_{ctx}} x$ **then**
　　　在 $\geq_{Fused}^{\vec{F}_{ctx}}$ 中设定 $y >_{Fused}^{\vec{F}_{ctx}} x$
　　　$resolved \leftarrow$ true
　　　break ▷ 跳出内层循环 (b)
　　else if $x \sim_{S_k}^{\vec{F}_{ctx}} y$ (即 $x \geq_{S_k}^{\vec{F}_{ctx}} y \wedge y \geq_{S_k}^{\vec{F}_{ctx}} x$) **then**
　　　继续到下一个源 S_{k+1}
　　else if x, y 在源 S_k 标准下不可比 **then** ▷
　　　继续到下一个源 S_{k+1} ▷
　　end if
　end for
　if $resolved =$ false **then** ▷ 即所有源均未给出严格偏好
　　if 在所有能比较 x, y 的源中，它们都是无差异的 $x \sim_{S_j}^{\vec{F}_{ctx}} y$，或者那些更高优先级的源认为它们不可比而其余能比较的都认为无差异 **then**
　　　在 $\geq_{Fused}^{\vec{F}_{ctx}}$ 中设定 $x \sim_{Fused}^{\vec{F}_{ctx}} y$
　　else ▷ 例如，所有源都认为不可比，或混合了不可比和无差异
　　　x, y 在 $\geq_{Fused}^{\vec{F}_{ctx}}$ 中也为不可比。
　　end if
　end if
end for
确保 $\geq_{Fused}^{\vec{F}_{ctx}}$ 满足自反性，对于所有 $x \in \mathcal{U}$，添加 $x \geq_{Fused}^{\vec{F}_{ctx}} x$。
return $\geq_{Fused}^{\vec{F}_{ctx}}$。

Algorithm 2 加权数值融合 F_{WNum}

Require: 共通可比较项领域 $\mathcal{U} = \{u_1, \ldots, u_p\}$，排序配置为 $\Pi^{\vec{F_{ctx}}} = \{\geq_{S_1}^{\vec{F_{ctx}}}, \ldots, \geq_{S_n}^{\vec{F_{ctx}}}\}$，权重配置为 $\vec{W}(\vec{F_{ctx}}) = (w_{S_1}(\vec{F_{ctx}}), \ldots, w_{S_n}(\vec{F_{ctx}}))$。

Ensure: 综合排序关系 $\geq_{Fused}^{\vec{F_{ctx}}}$。

阶段 1: 从个体排序关系到数值表示的转换 τ

for all 每个源 S_i 和每个可比较项 $u_k \in \mathcal{U}$ **do**

    计算一个数值评分 $\text{Score}_{S_i}(u_k)$。 ▷

  以使用 Borda 计数法为例，若 $\mathcal{U}$ 中有 p 个项，对于源 S_i 的排序，排名第 r 的项获得 $p - r$ 分。如果存在无差异，则平分它们应占位次的总分数。如果存在不可比，则处理方式需预定义。另一种方法是构建成对偏好矩阵 M^{S_i}，其中 $M_{xy}^{S_i} \in \{-1, 0, 1\}$ 分别表示 $y >_{S_i} x, x \sim_{S_i} y, x >_{S_i} y$，或使用更精细的偏好强度值。

end for

阶段 2: 对数值表示进行加权聚合 Agg_W

if 使用评分向量 **then**

    for all 每个项 $u_k \in \mathcal{U}$ **do**

        $\text{Score}_{Fused}(u_k) = \sum_{i=1}^{n} w_{S_i}(\vec{F_{ctx}}) \cdot \text{Score}_{S_i}(u_k)$

    end for

else if 使用成对偏好矩阵 **then**

    for all 每对 x, y **do**

        $M_{Fusedxy} = \sum_{i=1}^{n} w_{S_i}(\vec{F_{ctx}}) \cdot M_{xy}^{S_i}$

    end for

end if

阶段 3: 从聚合数值重构综合排序 ρ

if 基于聚合评分 **then**

    for all 任意 $x, y \in \mathcal{U}$ **do**

        $x \geq_{Fused}^{\vec{F_{ctx}}} y \iff \text{Score}_{Fused}(x) \geq \text{Score}_{Fused}(y)$

    end for

else if 基于聚合偏好矩阵 **then**

    定义 $x >_{Fused}^{\vec{F_{ctx}}} y \iff M_{Fusedxy} > \theta_S$,定义 $x \sim_{Fused}^{\vec{F_{ctx}}} y \iff |M_{Fusedxy}| \leq \theta_I$ (e.g. θ_I close to 0 for $M_{Fusedxy}$ and $M_{Fusedyx}$).

    if $M_{Fusedxy}$ 和 $M_{Fusedyx}$ 都未满足上述严格偏好或无差异条件 **then**

        则可能存在不可比。

    end if ▷ 基于成对偏好矩阵时需注意处理潜在的排序循环

end if

return $\geq_{Fused}^{\vec{F_{ctx}}}$。

b. 基于动态影响权重的加权数值融合 F_{WNum} **:** 上面的算法 2 是利用权重 $\vec{W}(\vec{F_{ctx}})$ 聚合各源排序信息，允许补偿性权衡。

在算法 1 中，若元排序 $\geq_M^{\vec{F_{ctx}}}$ 仅为偏序，则算法需要更复杂处理，本文这里暂不讨论。其特质为非补偿性、优先级驱动，结果易解释但可能忽略多数意见。对算法 2 要注意，基于成对偏好矩阵时需注意处理潜在的排序循环（孔多塞悖论），可引入 Kemeny-Young 方法（Kemeny-Young Method）等循环消解机制。如可以把社会选择理论中的机制引入。按 Copeland 方法（Copeland Method），每个备选项的得分是它在成对比较中击败的备选项数目减去被它击败的备选项数目。得分高者排序靠前，引入 Kemeny-Young 方法，寻找一个与所有个体排序的"总距离"最小的综合排序。距离通常用 Kendall Tau 距离（Kendall Tau Distance）或 Kemeny 距离度量。此方法计算复杂度高（NP-hard），但能保证产生一个传递的排序。针对具体场景，也可采用 Ranked Pairs（Tideman）方法，逐步构建一个无环的偏好图，优先考虑那些多数票优势最大且不成环的偏好对，或者是 Schulze 方法，寻找路径强度最大的路径来确定胜者，常用于实际投票系统。其优势在于全面考虑信息，但依赖数值转换的合理性和权重分配，且循环处理可能复杂。

3.3.3　融合算子 $\mathcal{F}$ 的理想（准）公理化属性（F-UD 至 F-G）

为保证 $\mathcal{F}$ 的融合行为合理且逻辑一致，我们提出其应满足以下（准）公理化属性（详细定义与相关满足性分析参见附录 B，此处概述其核心内涵）:

F-UD（定义域普遍性）: 对任何合法的个体排序和影响力配置都能产生确定输出。

F-CR（集体理性/序结构保持）: 若输入个体排序均满足某序属性（如传递性），输出也应尽可能保持。

F-P（帕累托原则）: 若所有（有影响力的）源一致偏好某选项，融合结果应反映此一致意见。

F-IM（影响单调性）: 若某源影响力增强，其支持的偏好在融合结果中不应减弱。

F-N（中立性，对可比较项）: 融合过程不应先验偏袒任何特定选项。

F-NonA（非匿名性，对逻辑源）: 结果应依赖于源的身份及其动态影响力。

F-IIA（独立于无关备选项，及其变体）: 对两选项的相对排序不应受其他无关选项影响（此为强条件）。

F-D（果断性）: 总能产生可用于决策的确定排序。

F-CF（计算可行性）: 计算复杂度可接受。

F-G（抗噪声性）: 对个体排序的微小扰动，综合排序应保持相对稳定。

这些（准）公理为融合算子的选择与设计提供了关键的理论指导和评价标准。

3.3.4 综合排序 $\geq_{FusedCtx}$ 的语义及其在前提选择中的作用

最终生成 $\geq_{FusedCtx}$ 是 DSS 框架对当前前提选择问题的裁决，其语义为“在当前上下文 $\vec{F_{ctx}}$ 下，经动态影响评估与原则性融合后，系统层面的综合采纳优先度”。它具有情境性、构造性、整合性和操作性四大特征。在解决前提选择的异构性困境中，作用是提供统一决策标准，直接指导前提选择，消解冲突与降低不确定性，并提升系统行为的一致性与可解释性。其质量直接取决于 ω 和 $\mathcal{F}$ 是否满足各自的（准）公理化属性。

4 元逻辑特性与形式模型

情感计算中增加信息时需要调整或修正结论，要求系统具有上下文敏感性和非单调性，从而关联并扩展了非单调逻辑（[5]）和偏好逻辑（[8]）在动态情境下的应用。

4.1 上下文敏感性：基于多模态逻辑的映射与刻画

相同的个体排序配置在不同的上下文中可能产生完全不同的前提选择结果。刻画这种上下文敏感性，借鉴多模态逻辑的思想（[3]）构建一个形式模型 $\mathcal{M}$。在此模型中可能世界 W 可以代表不同的排序配置或系统状态。每个逻辑源 S_i 的排序偏好可以通过一个相应的可达关系 R_i 来表达。关键在于，每个世界 $w \in W$ 被赋予一个上下文向量 $\vec{F_w} = \vec{F_{ctx}}$。动态影响函数 $\omega_i(\vec{F_{ctx}})$ 的值，在不同上下文中会发生变化，直接影响了用于构建系统级综合判断的模态操作符必然性算子 $\Box_{ctx}$ 的语义。

定义一个上下文相关的综合判断算子 $\Box_{ctx}\phi$ 为真，当且仅当所有那些在当前上下文下被 ω 函数赋予足够高影响力的逻辑源 S_i 都“支持”命题 ϕ。由于 $\omega_i(\vec{F_{ctx}})$ 是动态变化的，因此 $\Box_{ctx}\phi$ 的真值也将随 $\vec{F_{ctx}}$ 的变化而变化，从而形式化地体现了 DSS 的上下文驱动推理特性。基于多模态逻辑的映射，能够展示上下文如何系统性地影响前提选择，为分析 DSS 在不同情境下的行为一致性提供了形式工具。

4.2 非单调性：基于动态逻辑的表示与分析

在经典单调逻辑中，增加新的前提不会导致已推导结论的失效，情感计算等需要处理不确定、易变、环境交互的领域，非单调性是系统适应性的关键。当上下文信息 $\vec{F_{ctx}}$ 发生变化，如观察到新的用户行为，或者当逻辑源集合 $\mathcal{S}$ 或其内部知识发生改变时，先前的综合排序 $\geq_{FusedCtx}$ 以及基于此的前提选择都可能被修正或撤销。

形式化动态演化和结论的可撤销性，采用动态逻辑（dynamic logic）的框架。（[3, 6]）在此框架中系统的状态可以被定义为包含当前排序配置和上下文向量的组合 $s = (W, \vec{F_{ctx}})$。上下文的变化，如某个上下文特征 f_j 的更新或逻辑知识的更新，被模型化为系统状态上的一个动作 α_{F_j}。状态转移函数 τ 定义在执行动作 α 后，系统如何从当前状态 (s) 迁移到一个新的状态 $s' = (W', \vec{F'_{ctx}})$。在这个新状态下，动态影响函数会重新计算各逻辑源的影响力，并可能导致新的综合排序。动态逻辑公式 $[\alpha]\phi$，表示“执行动作 α 之后，命题 ϕ 为真”，可以用来精确描述这种状态变迁和结论的动态变化。

假设在初始状态 s_1 下，DSS 的综合判断是 $\Box_{ctx}\phi$，当执行一个更新上下文的动作 α_{F_j} 后，系统进入新状态 s_2。原先的判断不再成立，即 $[\alpha_{F_j}]\neg\Box_{ctx}\phi$ 为真，这种基于动态逻辑的表示，不仅能够形式化地刻画 DSS 对新信息的适应性，也为分析其在连续决策过程中的行为演化和状态转移的确定性等性质提供了理论工具。

4.3 （准）公理化系统下的一致性与可靠性保障

DSS 的元逻辑一致性，特别是其最终输出的综合排序 $\geq_{FusedCtx}$ 不包含内在矛盾，主要由排序融合算子 $\mathcal{F}$ 是否满足如传递性保持（F-CR）等（准）公理化属性来保障（详见附录 B）。当 $\mathcal{F}$，如 F_{Lex} 或配备了有效循环消解机制的 F_{WNum} 能够确保输出一个至少是预序的关系时，就避免了因排序本身的逻辑矛盾而导致的决策瘫痪。

DSS 的可靠性，即其持续达成“优质前提选择”的能力，则是一个更复杂的系统属性。它不仅依赖于 ω 函数和 $\mathcal{F}$ 算子是否满足其各自的（准）公理化属性，也依赖于对象层逻辑源提供的信息质量、共通可比较项领域 $\mathcal{U}$ 构建的恰当性，以及对优质决策本身的定义。前述的模态逻辑模型通过确保系统判断与由 ω 加权的上下文相关证据来源的一致性，为这种可靠性提供了一种形式化的视角。而动态逻辑模型则展示了系统在面对变化时，其更新和调整行为的鲁棒性和一定程度上可的预测性。

4.4 DSS 的元逻辑地位

DSS 框架通过对其核心组件施加（准）公理化约束，并借助模态逻辑和动态逻辑等形式工具来精确刻画其上下文敏感性和非单调性，从而将自身清晰地定位为一个具有坚实逻辑基础的元逻辑系统。不同于那些主要依赖启发式规则或纯粹数据驱动的黑箱集成方法，DSS 通过抽象的推理规则，在元层面操作和协调多个对象层逻辑，这使其与非单调逻辑（[5]）、偏好逻辑（[8]）以及更广泛的逻辑动态性研究（[3]）形成了深刻的理论关联。DSS 的（准）公理化方法和形式模型为其在情感计算及其他复杂 AI 决策领域中的应用，提供了重要的可分析性、可预测

性和潜在的可信赖性保障，为逻辑学与人工智能的交叉融合开辟了新的路径。

5 讨论

至此，我们建立起异构排序性判断的原则性整合框架，为语义异质的多种逻辑源，如 KLM 的典型性排序（[7]）、AGM 的信念坚固性排序（[1]）、FCA 的概念显著性排序（[4]）以及偏好逻辑的期望性排序（[8]）所产生的不同排序性判断，提供了一个统一的、形式化的整合平台。通过引入共通可比较项领域（$\mathcal{U}$）、通用的依据上下文场境具体化排序谓词（$\geq_S^{\vec{F_{ctx}}}$）以及明确的映射规则（$\mathcal{T}_i$），DSS 能够将这些原本不可直接比较的排序输出，转换为具有共同结构（至少是预序）的个体排序关系。这避免了在整合过程中因语义不兼容导致的逻辑混乱，或因强制量化带来的信息失真，从而为后续有原则的比较与融合奠定了坚实的语义基础。如附录 A 所示，对映射过程一致性的形式化考量，旨在确保这种统一表示在最大程度上保留了原始逻辑的核心语义意图，这显著优于许多依赖特定领域启发式规则或其它集成的方法。

引入了动态影响函数 ω 和排序融合算子 $\mathcal{F}$，并为其分别提出了一系列（准）公理化属性 P1-P9 和 F-UD 至 F-G，构建起（准）公理化驱动的动态影响与融合机制。这些（准）公理不仅仅是理想特性的简单罗列，它们共同构成了对这两个核心组件行为的明确约束和规范，确保影响力分配的合理性与适应性，使 ω 函数依据上下文 $\vec{F_{ctx}}$ 对各逻辑源影响力的动态调整，是在满足如上下文单调性（P4）、否决权（P7）、稳定性（P6）等理性准则下进行的。确保融合过程的逻辑一致性与决策质量，$\mathcal{F}$ 算子在聚合多元冲突排序时，满足如帕累托原则（F-P）、传递性保持（F-CR）、影响单调性（F-IM）等社会选择理论和逻辑聚合的基本要求。（[2]）这种（准）公理化的设计，使得 DSS 在面对前提选择困境时，其内部的权衡与决策过程更具可预测性、可分析性和鲁棒性，从而为最终输出的综合排序 $\geq_{FusedCtx}$ 的合理性提供了重要的理论保障。对这些（准）公理属性的独立性和相互关系的初步分析，也为未来更严格的公理体系构建奠定了基础。DSS 作为一个在元逻辑层面运作的系统，其能够根据上下文动态调整对对象层逻辑的倚重，并展现出非单调的推理行为。本文初步探索了如何运用多模态逻辑的框架来精确刻画 DSS 的上下文敏感性，以及如何运用动态逻辑的工具来形式化其非单调的更新与演化过程，清晰地揭示了 DSS 作为一个动态、适应性元逻辑系统的内在运作机理，也使其与逻辑学中关于非单调推理（[5]）、偏好动态性（[8]）以及逻辑与博弈（[3]）等前沿研究领域建立了深刻的理论关联，从而扩展了逻辑学在复杂 AI 系统，特别是情感计算中的应用范畴和理论深度。

5.1　应用验证：AI 助教案例

为更好展示情感计算中 DSS 的具体运作，下面构建一个 AI 助教辅导学生学习的简化场景，根据对学生当前状态的评估来选择下一步的教学策略。此过程涉及到整合来自不同内部逻辑模块的、关于学生状态或应采取策略的排序性判断，对理解 DSS 的具体运作具有重要性。

场景设定：

- 共通可比较项领域 $\mathcal{U}$: AI 助教考虑的教学策略选项，例如：$\mathcal{U} = \{s_1 : \text{详细讲解概念}, s_2 : \text{给予鼓励与肯定}, s_3 : \text{提出进阶挑战}\}$。
- 逻辑源 $\mathcal{S}$:
  - S_1 : 基于 KLM 思想的默认教学规则逻辑，包含关于不同学生表现下典型有效策略的默认规则。
  - S_2 : 基于 FCA 思想的即时行为模式分析逻辑，根据学生当前的具体交互行为数据，如答题速度、求助频率、浏览模式等进行分析并推荐策略。
- 上下文元特征向量 $\vec{F_{ctx}}$:
  $\vec{F_{ctx}} = (f_1 : \text{学生当前任务表现的清晰度}, f_2 : \text{学生当前的情感唤醒度})$。简化为两个关键特征，并假设这两个特征均可被量化。

DSS 运作流程示意：

- 个体逻辑源的上下文相关排序 $\geq_S^{\vec{F_{ctx}}}$: 假设在某一情境 $\vec{F_{ctxA}} = (f_1 : \text{低清晰度}, f_2 : \text{高唤醒度})$ 下，如学生表现困惑且略显焦躁。S_1（默认规则）：在高唤醒度和低表现清晰度下，倾向于先“详细讲解概念”以稳固基础，再“鼓励”，最后才考虑“挑战”。故其排序为：$(s_1 \succ_{S_1}^{\vec{F_{ctxA}}} s_2 \succ_{S_1}^{\vec{F_{ctxA}}} s_3)$。$S_2$（行为模式分析）：观察到学生在高唤醒度下行为模式可能指示其虽困惑但有尝试意愿，故倾向于先“鼓励”以提升动机，再“讲解”，避免直接“挑战”。故其排序为：$(s_2 \succ_{S_2}^{\vec{F_{ctxA}}} s_1 \succ_{S_2}^{\vec{F_{ctxA}}} s_3)$。可见，$S_1$ 和 S_2 对 s_1 和 s_2 的优先级排序存在冲突。
- 动态影响函数 ω 的（准）公理化运作与权重分配根据 $\vec{F_{ctxA}}$ 为 S_1 和 S_2 分配权重。假设 ω 的设计在当前 $\vec{F_{ctxA}}$ 下判定：由于学生表现“高唤醒度” f_2 且“表现清晰度低” f_1，系统更倚重那些能提供基础支持和应对不确定性的默认规则逻辑。因此，输出权重配置为 $\vec{W}(\vec{F_{ctxA}}) = \langle w_{S_1} = 0.7, w_{S_2} = 0.3 \rangle$。
- 融合算子 $\mathcal{F}$ 的（准）公理化运作与综合排序生成，采用基于 Borda 计数法的加权数值融合算子 F_{WNum}。Borda 得分（3 个选项，第一名 2 分，第二名 1 分，第三名 0 分）：

– $S_1 : \text{Score}(s_1) = 2, \text{Score}(s_2) = 1, \text{Score}(s_3) = 0$
– $S_2 : \text{Score}(s_2) = 2, \text{Score}(s_1) = 1, \text{Score}(s_3) = 0$

综合评分：

$$\text{Score}_{Fused}(s_1) = 0.7 \times 2 + 0.3 \times 1 = 1.4 + 0.3 = 1.7$$
$$\text{Score}_{Fused}(s_2) = 0.7 \times 1 + 0.3 \times 2 = 0.7 + 0.6 = 1.3$$
$$\text{Score}_{Fused}(s_3) = 0.7 \times 0 + 0.3 \times 0 = 0$$

综合排序 $\geq_{FusedCtxA}$: $s_1 \succ_{FusedCtxA} s_2 \succ_{FusedCtxA} s_3$。AI 助教选择策略 s_1 即详细讲解概念。

非单调性与上下文动态适应性验证：

- 现在假设上下文发生变化，进入情境 $(\vec{F_{ctxB}} = (f_1 : \text{高清晰度}, f_2 : \text{低唤醒度}))$，如学生表现平静且对某个简单概念掌握良好，但可能缺乏动力。
- ω 函数根据 $\vec{F_{ctxB}}$ 重新评估影响力。由于学生表现清晰且唤醒度低，系统可能转而更倚重能够激发学生主动性的行为模式分析逻辑 S_2，例如输出权重 $\vec{W}(\vec{F_{ctxB}}) = \langle w_{S_1} = 0.4, w_{S_2} = 0.6 \rangle$。
- 假设个体排序不变（或也随上下文微调，为简化此处设不变）。新的综合评分：

$$\text{Score}_{Fused}(s_1) = 0.4 \times 2 + 0.6 \times 1 = 0.8 + 0.6 = 1.4$$
$$\text{Score}_{Fused}(s_2) = 0.4 \times 1 + 0.6 \times 2 = 0.4 + 1.2 = 1.6$$
$$\text{Score}_{Fused}(s_3) = 0.4 \times 0 + 0.6 \times 0 = 0$$

新的综合排序 $\geq_{FusedCtxB}$: $s_2 \succ_{FusedCtxB} s_1 \succ_{FusedCtxB} s_3$。AI 助教此时选择策略 s_2（给予鼓励与肯定）。

此案例示意性地验证了 DSS 框架的核心能力。（1）整合冲突排序。能够将不同逻辑源的冲突性排序建议，通过有原则的动态影响评估和融合机制，统一为一个连贯的系统级决策依据。（2）上下文动态适应性。最终的前提选择能够随着上下文特征的变化而发生非单调的调整，体现了系统对情境的敏感性和适应性。（3）（准）公理化机制的支撑。整个过程是在满足特定（准）公理化属性的 ω 函数和 $\mathcal{F}$ 算子的约束下进行的，这为其决策的合理性和可分析性提供了理论保障。这个简化的 AI 助教案例表明，DSS 框架通过其形式化的排序整合机制，能够比单一逻辑或静态规则系统更有效地应对复杂动态情境下的前提选择难题，其推理结果与上下文的语义保持一致，展现了其在构建更智能、更具适应性的情感 AI 方面的应用潜力。（[4]）

5.2 未来展望

尽管动态排序语义框架通过（准）公理化的方法，为情感计算中异构逻辑的排序性整合和前提选择困境提供了一个具有原则性、形式化且动态适应性的解决方案，并在理论贡献和应用潜力上展现出积极态势，但本文的研究存在以下几方面的局限性，需要在未来的工作中加以克服和深化。

（准）公理化体系的完备性与严格性有待进一步提升，本文为动态影响函数 ω 提出的 P1-P9 属性以及为融合算子 $\mathcal{F}$ 提出的 F-UD 至 F-G 属性（如附录 B），在当前阶段更多是作为指导设计的理想特性或行为约束被提出的。它们是否构成了一个严格意义上的、完备的、相互独立的最小公理集合，仍需更深入的逻辑分析和形式证明。某些属性如 P2 权重归一化可能可以从其他属性，如 P1 有界性及特定的归一化操作定义中导出，而某些属性如 F-P 帕累托原则与 F-IIA 独立于无关备选项之间可能存在已知的理论张力，如 Arrow 不可能性定理（Arrow's Impossibility Theorem）的启示（[2]），如何在 DSS 框架下对这些张力进行更精细的权衡，值得进一步研究。形式证明后续需要深化，文中对一些具体实例 NLC-ω , F_{Lex} , F_{WNum} 如何满足这些（准）公理进行了分析（部分证明概要见附录），但对于更广泛的函数/算子类别，其对这些公理的满足性的严格形式化证明，以及这些公理如何确保系统整体达到我们所定义的可靠性与一致性，仍有大量工作要做。在具体实例的选择与设计中，DSS 的整体性能高度依赖于其核心组件的具体实现方式、选择何种形式的函数，或者何种类型的算子还是及其变体，以及它们内部参数的设定，都会显著影响最终的前提选择结果，这方面仍较多依赖于领域知识和专家设计。

本文对 DSS 框架的（准）公理化研究，为其理论的进一步发展和应用的深化奠定了基础，同时也揭示了若干富有挑战性和前景的未来研究方向。如下表。

表 1: 融合算子属性对比（示意）

属性	词典式融合（F_{Lex}）	加权数值融合（F_{WNum}）
F-UD（普遍定义域）	满足	满足
F-CR（集体理性）	满足	满足（需消解）
F-P（帕累托原则）	满足	满足
F-IIA（无关备选项）	满足	违反
F-CF（计算可行性）	O(n$\lvert\mathcal{U}\rvert^2$)	NP-hard（Kemeny-Young）

未来的工作可以重点围绕以下几个方面展开，以期将 DSS 构建成一个更为成熟、强大和可靠的异构信息整合与决策支持的元逻辑系统：对本文提出的针对动态影响函数 ω 的 P1-P9 属性和针对融合算子 $\mathcal{F}$ 的 F-UD 至 F-G 属性进行更严格的逻辑分析。这包括证明这些属性集合内部的相互独立性与一致性；探讨是否存在一个最小的、能够充分刻画更理性的（ω）函数或（$\mathcal{F}$）算子行为的公理集合；并

超越本文给出的示意性例子来针对更广泛类别的（ω）和（$\mathcal{F}$）进行这些公理满足性的形式化证明。最终目标是为 DSS 的核心机制构建一个尽可能完备且逻辑上无懈可击的情感计算逻辑的公理基础，从而为其行为的可靠性和可预测性提供最强的理论保障。

附录

A 个体排序基本逻辑属性

1. 预序公理

每一个体排序关系 $\geq_S^{\vec{F_{ctx}}}$ 至少是一个预序，即满足以下两个公理：

公理 A.1 (P-Reflexivity（自反性）)**.** 对于任意 $x \in \mathcal{U}$，以及任意逻辑源 (S) 和上下文 $\vec{F_{ctx}}$，恒有 $x \geq_S^{\vec{F_{ctx}}} x$。

这是指任何一个可比较项，根据任何逻辑源在任何上下文下的判断，至少和它自身一样优先。这是排序关系的一个基本健全性条件，表明每个选项至少与自身是无差异的。

公理 A.2 (P-Transitivity（传递性）)**.** 对于任意 $x, y, z \in \mathcal{U}$，以及任意逻辑源 (S) 和上下文 $\vec{F_{ctx}}$，如果 $x \geq_S^{\vec{F_{ctx}}} y$ 且 $y \geq_S^{\vec{F_{ctx}}} z$，则必有 $x \geq_S^{\vec{F_{ctx}}} z$。

如果根据某个逻辑源在特定上下文下的判断，选项 (x) 至少和 (y) 一样优先，并且选项 (y) 至少和 (z) 一样优先，那么该逻辑源也应判断选项 (x) 至少和 (z) 一样优先。传递性是构成连贯、无内在矛盾排序的基础，它避免了诸如“A 优于 B，B 优于 C，但 C 优于 A”这样的非理性循环。

一个满足自反性和传递性的二元关系 $\geq_S^{\vec{F_{ctx}}}$ 构成了一个预序。这是 DSS 对输入个体排序的最低形式要求。

2. 高阶属性

某些逻辑源，根据其内在特性或通过恰当的映射（见 2.3 节），其产生的排序 $\geq_S^{\vec{F_{ctx}}}$ 可能还满足比预序更强的属性。

完全性/连通性： 对于任意不同的 $x, y \in \mathcal{U}$，或者 $x \geq_S^{\vec{F_{ctx}}} y$ 或者 $y \geq_S^{\vec{F_{ctx}}} x$（或两者都成立，即 $x \sim_S^{\vec{F_{ctx}}} y$）。若满足此属性，则该个体排序是一个全预序，意味着该逻辑源总能对任意两个选项给出明确的比较，也允许无差异。

反对称性（针对严格偏好部分 $>_S^{\vec{F_{ctx}}}$）： 如果 $x \sim_S^{\vec{F_{ctx}}} y$ 蕴含 (x) 和 (y) 在某种意义上是等价的，如在排序中可以互换位置，或者它们是同一个对象，那么该预序就是一个偏序。

虽然 DSS 框架的核心融合机制（见第 4 节）应设计得足够鲁棒以处理仅满足预序条件的输入，即允许个体排序中存在不可比的元素对，但如果某些逻辑源能提供结构更强的排序比如全序，这会简化融合过程或提供更明确的决策信息。在 3.1 节讨论映射时，我们讨论了如何尽可能生成满足至少预序公理的个体排序。

通过对依据上下文场境具体化的个体排序谓词 $\geq_S^{\vec{F_{ctx}}}$ 及其预序公理等基本逻辑属性的明确界定，后续的动态影响评估和排序融合操作才能有结构良好、逻辑上一致的输入基础。

B 理想动态影响函数公理及证明

1.P1-P9 for ω

P1: 有界性 $\omega_{S_i}(\vec{F_{ctx}}) \in [0,1]$。RB-$\omega$ 满足，规则中直接设定的权重 $w_{i,l}$ 被要求在 [0,1] 区间内。NLC-ω 满足，若使用 softmax 归一化（softmax normalization），则所有 ω_{S_i} 自然在 [0,1] 内且和为 1。若使用 S 型函数 σ 将 Act 映射到 [0,1] 并进行缩放，也能确保有界性。

P2: 权重归一化（如 $\sum \omega_{S_i} = 1$）。RB-ω 不直接保证，单个源的权重由其规则确定，多个源的权重之和不一定为 1。可以在所有 S_i 的 RB-ω_{S_i} 计算完毕后，除以总和再进行一次显式的归一化步骤。NLC-ω 若使用 Softmax 归一化，则此属性被严格满足。若使用缩放方法，则不一定满足和为 1，但可以调整以满足“至少一个权重为 1”或其他类型的归一化要求。

P3: 基线影响力（存在中性上下文 $\vec{F_{neutral}}$ 使得 $\omega_{S_i}(\vec{F_{neutral}}) = w_i^0$）。RB-$\omega$ 满足，可以通过默认规则 ELSE $w_{i,\text{default}}$ 来定义 w_i^0。如果中性上下文不触发任何特定规则，则默认权重即为基线影响力。NLC-ω 满足，基线偏置 b_i 可以视为在所有特征取中性值，如 0 时的基础激活贡献。通过合适的 σ 函数和归一化，可以得到基线权重 w_i^0。

P4: 上下文单调性（特征增强导致影响力的单向变化）。RB-ω 可以实现，通过适当设计规则条件 $\phi_{i,l}$ 和相应的权重 $w_{i,l}$ 可以体现单调性。若特征 f_j 增强（$f_j > \theta_1, f_j > \theta_2$ with $\theta_2 > \theta_1$）导致源 S_i 影响力增强，则可以设定 $w_{i,l2} \geq w_{i,l1}$。NLC-ω 可以实现，特征 f_j 对源 S_i 的影响方向和强度由系数 $\alpha_{i,j}$ （及 $\beta_{i,j,k}$）的符号和大小决定。若 $\alpha_{i,j} > 0$ 且 σ 为单调增函数，则 f_j 的增加会倾向于增加 Act_{S_i}，从而在归一化后可能增加 ω_{S_i}。

P5: 上下文敏感度（存在特征变化导致权重变化）。RB-ω 满足，前提是规则条件 $\phi_{i,l}$ 能够区分不同的上下文特征值，并赋予不同的权重。如果所有规则都对某个特征不敏感，则该特征对此函数无效。NLC-ω 满足，前提是至少有一个系数 $\alpha_{i,j}$ 或 $\beta_{i,j,k}$ 不为零。若所有系数都为零，则函数对上下文不敏感。

P6: 稳定性/鲁棒性（微小扰动导致微小权重变化）。RB-ω 取决于规则条件的设计。如果规则条件基于严格的阈值，那么在阈值附近的微小扰动可能导致规则触发状态的突变，从而引起权重的急剧变化。后续研究可以通过引入模糊逻辑条件或更细致的规则划分来改善。NLC-ω 通常具有较好的稳定性，特别是当 σ 函数是连续可导的。输入特征的微小变化会导致激活分数的平滑变化，进而导致权重的平滑变化。

P7: 否决（特定上下文赋予某源绝对主导权或完全否决某源）。RB-ω 可以直接实现。可以设定规则，在特定上下文 $\vec{F^*_{dom}}$ 下，使 $\omega_{S_k}(\vec{F^*_{dom}}) = 1$ 且对所有 $S_i \neq S_k$，$\omega_{S_i}(\vec{F^*_{dom}}) = 0$；类似地，可以设定规则使 $\omega_{S_j}(\vec{F^*_{veto}}) = 0$。NLC-$\omega$ 较难直接实现绝对的 0 或 1，除非 σ 函数允许饱和到 0 或 1，并且参数配置极端。Softmax 总是会给所有选项分配非零权重。要实现严格否决，可能需要在 NLC-ω 之后再加一层阈值处理或规则判断。

P8: 上下文特征的独立与交互效应。RB-ω 可以通过规则条件的逻辑组合（AND, OR, NOT）来表示特征间的交互效应，IF $f_1 > \theta_1$ AND $f_2 =$ value ,THEN…。若规则条件仅涉及单个特征，则体现独立效应。NLC-ω 若仅使用线性项 $\alpha_{i,j}v(f_j)$，则主要体现特征的独立效应，通过引入交互项 $\beta_{i,j,k}v(f_j)v(f_k)$，可以直接建模特征间的二阶或更高阶交互效应。

2.P1-P8 初步证明框架

下面对动态影响函数（ω）的 P1-P8 属性进行形式化证明和属性分析。先为 P1-P8 属性提供初步的数学定义和证明框架，并探讨其独立性。我们将在后续步骤中扩展到 F-UD 至 F-CF 属

性，并最终分析整体完备性。

为每个属性构造一个简单但通用的函数实例（基于第 3.2.2 的 RB-ω 和 NLC-ω ），并证明其满足相应属性。假设 $\omega_i(\vec{F_{ctx}})$ 采用归一化线性组合形式 NLC-ω ：

$$\omega_i(\vec{F_{ctx}}) = \frac{\exp(a_i + \sum_{j=1}^{m} b_{ij} f_j + \sum_{j<k} c_{ijk} f_j f_k)}{\sum_{l=1}^{n} \exp(a_l + \sum_{j=1}^{m} b_{lj} f_j + \sum_{j<k} c_{ljk} f_j f_k)}$$

其中 a_i 是基线偏置，b_{ij} 是特征 f_j 对 S_i 的线性影响系数，c_{ijk} 是特征交互项系数。

证明 P1（有界性）

- 证明：NLC-ω 使用 Softmax 归一化，分子和分母均为指数函数 exp(·)，其值始终正，且分母是所有源的指数和。因此，$\omega_i(\vec{F_{ctx}}) \in (0, 1)$。当 a_i, b_{ij}, c_{ijk} 取有限值时，ω_i 不会趋于 0 或 1，因此满足 $0 < \omega_i(\vec{F_{ctx}}) < 1$。若需要闭区间 $[0, 1]$，可通过阈值调整（如若 $\omega_i < \epsilon$，设为 0）实现。
- 结论：NLC-ω 满足 P1。

证明 P2（权重归一化）

- 证明：Softmax 归一化定义确保 $\sum_{i=1}^{n} \omega_i(\vec{F_{ctx}}) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\exp(a_i+\sum_{j=1}^{m} b_{ij} f_j+\sum_{j<k} c_{ijk} f_j f_k)}{\sum_{l=1}^{n} \exp(a_l+\sum_{j=1}^{m} b_{lj} f_j+\sum_{j<k} c_{ljk} f_j f_k)} = 1$，因为分母为所有项之和。
- 结论：NLC-ω 严格满足 P2。

证明 P3（基线影响力）

- 证明：定义中性上下文 $\vec{F^0_{ctx}}$ 使得 $f_j = 0$（或默认中性值）。则 $\omega_i(\vec{F^0_{ctx}}) = \frac{\exp(a_i)}{\sum_{l=1}^{n} \exp(a_l)}$，这是一个常数，取决于基线偏置 a_i。若 $a_i = a$（所有源相同基线），则 $\omega_i(\vec{F^0_{ctx}}) = \frac{1}{n}$；若 a_i 不同，则 $\omega_i(\vec{F^0_{ctx}})$ 反映初始权重分布。
- 结论：NLC-ω 满足 P3，前提是 a_i 可调以定义统一基线。

证明 P4（上下文单调性）

- 证明：假设 f_j 增加，$b_{ij} > 0$（表示 f_j 增强 S_i 影响力），则 $a_i + \sum_{j=1}^{m} b_{ij} f_j + \sum_{j<k} c_{ijk} f_j f_k$ 增加，指数 exp(·) 单调上升，分母也上升但影响所有 ω_l。由于 Softmax 的单调性，若 b_{ij} 固定正，ω_i 对 f_j 的增量是单调非减的。
- 结论：NLC-ω 满足 P4，前提是 b_{ij} 正确设置。

证明 P5（上下文敏感度）

- 证明：上下文敏感度要求存在不同的 $\vec{F_{ctx1}}$ 和 $\vec{F_{ctx2}}$ 使得 $\omega_i(\vec{F_{ctx1}}) \neq \omega_i(\vec{F_{ctx2}})$。假设 $m \geq 1$（至少有一个特征），且 $b_{i1} \neq 0$。取 $\vec{F_{ctx1}} = (0, 0, \ldots, 0)$ 和 $\vec{F_{ctx2}} = (1, 0, \ldots, 0)$。则有：$\omega_i(\vec{F_{ctx1}}) = \frac{\exp(a_i)}{\sum_{l=1}^{n} \exp(a_l)}$ $\omega_i(\vec{F_{ctx2}}) = \frac{\exp(a_i+b_{i1})}{\sum_{l=1}^{n} \exp(a_l+b_{l1})}$ 若 $b_{i1} \neq 0$ 且 $\sum_{l=1}^{n} \exp(a_l + b_{l1}) \neq \sum_{l=1}^{n} \exp(a_l)$（即存在 b_{l1} 不同），则 $\omega_i(\vec{F_{ctx1}}) \neq \omega_i(\vec{F_{ctx2}})$，通过指数函数的单调性。
- 结论：NLC-ω 满足 P5，前提是至少一个 $b_{ij} \neq 0$。

证明 P6（稳定性/鲁棒性）

- 证明: 稳定性要求微小上下文扰动 $|\vec{F_{ctx}} - \vec{F'_{ctx}}| < \epsilon$ 导致权重变化 $|\omega_i(\vec{F_{ctx}}) - \omega_i(\vec{F'_{ctx}})| < \delta(\epsilon)$。考虑 ω_i 对 f_j 的偏导数：

$$\frac{\partial \omega_i}{\partial f_j} = \omega_i \left((b_{ij} + \sum_{k \neq j} c_{ijk} f_k) - \sum_{l=1}^{n} \omega_l (b_{lj} + \sum_{k \neq j} c_{ljk} f_k) \right)$$

  当 $|\vec{F_{ctx}} - \vec{F'_{ctx}}| < \epsilon$，即每个 $|f_j - f'_j| < \epsilon/\sqrt{m}$（assuming Euclidean norm for ϵ distance for vector $\vec{F_{ctx}}$），权重变化由偏导数和 ϵ 控制。若 b_{ij}, c_{ijk} 有限，$\frac{\partial \omega_i}{\partial f_j}$ 有限，则通过泰勒展开，$\omega_i(\vec{F_{ctx}}) - \omega_i(\vec{F'_{ctx}}) \approx \sum_j \frac{\partial \omega_i}{\partial f_j}(f_j - f'_j)$，因此 $|\omega_i(\vec{F_{ctx}}) - \omega_i(\vec{F'_{ctx}})| \leq K\epsilon$（$K$ 为常数），满足鲁棒性。
- 结论：NLC-ω 满足 P6，前提是参数有限且扰动范围小。

证明 P7（否决）

- 证明：否决要求存在 $\vec{F_{ctx}}$ 使得 $\omega_i(\vec{F_{ctx}}) = 1$ 且 $\omega_j(\vec{F_{ctx}}) = 0$（$i \neq j$）。取 $a_i \to \infty$，a_j, a_k（$k \neq i$）有限，则：$\omega_i(\vec{F_{ctx}}) = \frac{\exp(a_i + \dots)}{\exp(a_i + \dots) + \sum_{l \neq i} \exp(a_l + \dots)} \to 1$ $\omega_j(\vec{F_{ctx}}) = \frac{\exp(a_j + \dots)}{\exp(a_i + \dots) + \sum_{l \neq i} \exp(a_l + \dots)} \to 0$ 这通过选择极端 a_i 实现（如 $a_i = M, a_j = -M$ for large M）。
- 结论：NLC-ω 满足 P7（或可逼近），前提是允许参数取极端值。

证明 P8（上下文特征的独立与交互效应）

- 证明：NLC-ω 的形式包含线性项 $b_{ij} f_j$（独立效应）和交互项 $c_{ijk} f_j f_k$。若 $c_{ijk} \neq 0$，则 ω_i 对 f_j, f_k 的联合变化敏感；若仅 $b_{ij} \neq 0$，则反映独立效应。调整系数可控制效应强度。
- 结论：NLC-ω 满足 P8，前提是参数设计合理。

3. 独立性与完备性初步分析（P1-P8）

独立性：P1（有界性）约束值域，独立于其他属性。P2 依赖于归一化机制，若归一化定义为 $\omega_i = \omega'_i / \sum \omega'_l$ 且 $\omega'_i \in [0, 1]$，可能从 P1 导出。P3（基线）涉及中性上下文，独立于 P1、P2，但可能与 P4 交互，基线可影响单调性方向。P4（单调性）涉及特征变化，独立于 P1-P3，但需 P5 敏感度支持。初步判断：P1、P3、P5 可能独立，P2、P4、P6-P8 可能存在依赖关系，需构造反例验证。

完备性：P1-P4 覆盖了基本约束里值域、归一化、基线、单调性要求，但未充分处理鲁棒性（P6）、否决（P7）和交互效应（P8）。可能需新增属性如“公平性”或“收敛性”，以确保所有理性要求。

4. 融合算子（$\mathcal{F}$）的 F-UD 至 F-G 属性

融合算子 $\mathcal{F}$ 接收个体排序配置 $\Pi^{\vec{F_{ctx}}} = \{\geq_{S_1}^{\vec{F_{ctx}}}, \dots, \geq_{S_n}^{\vec{F_{ctx}}}\}$ 和影响力配置 $I^{\vec{F_{ctx}}}$（包括权重 $\vec{W}(\vec{F_{ctx}})$ 或元排序 $\geq_M^{\vec{F_{ctx}}}$），输出综合排序 $\geq_{FusedCtx}$。

定义与假设：每个 $\geq_{S_i}^{\vec{F_{ctx}}}$ 是 $\mathcal{U}$ 上的预序（自反性、传递性）。F_{Lex}（词典式融合）按元排序 $\geq_M^{\vec{F_{ctx}}}$ 优先级采纳。F_{WNum}（加权数值融合）基于 Borda 计数法评分 $\mathrm{Score}_{S_i}(u)$ 和权重 ω_i。

证明 F-UD（普遍定义域）：F-UD 要求 $\mathcal{F}$ 对任何合法 $\Pi^{\vec{F_{ctx}}}$（每个 $\geq_{S_i}^{\vec{F_{ctx}}}$ 为预序）和 $I^{\vec{F_{ctx}}}$ 产生确定输出。F_{Lex} 按 $\geq_M^{\vec{F_{ctx}}}$ 遍历，若最高优先级源提供比较，则输出该比较；若不可比，则延续至次优先级，最终总有输出（最坏情况为不可比）。F_{WNum} 通过 Borda 计数法计算 $\mathrm{Score}_{Fused}(u) = \sum \omega_i \mathrm{Score}_{S_i}(u)$ 产生实数排序，始终可行。结论：F_{Lex} 和 F_{WNum} 满足 F-UD。

初步框架（F-CR 至 F-CF）：F-CR（集体理性/序结构保持）：需证明若所有 $\geq_{S_i}^{\vec{F_{ctx}}}$ 传递，则 $\geq_{FusedCtx}$ 传递。F_{Lex} 依赖最高优先级源的传递性，F_{WNum} 需循环消解（如 Kemeny-Young）。F-P（帕累托原则）：若所有 S_i 认为 $x \geq_{S_i}^{\vec{F_{ctx}}} y$，则 $x \geq_{FusedCtx} y$。F_{WNum} 直接满足，F_{Lex} 需最高优先级源一致。

证明 F-CR（集体理性/序结构保持）：定义：若所有 $\geq_{S_i}^{\vec{F_{ctx}}}$ 满足传递性（若 $x \geq_{S_i}^{\vec{F_{ctx}}} y$ 且 $y \geq_{S_i}^{\vec{F_{ctx}}} z$，则 $x \geq_{S_i}^{\vec{F_{ctx}}} z$），则 $\geq_{Fused}^{Ctx}$ 也应满足传递性。F_{Lex} 证明：算法按 $\geq_M^{\vec{F_{ctx}}}$ 优先级遍历 S_i。若 S_k（最高优先级且可比较）给出 $x \geq_{S_k}^{\vec{F_{ctx}}} y$ 且 $y \geq_{S_k}^{\vec{F_{ctx}}} z$，由于 $\geq_{S_k}^{\vec{F_{ctx}}}$ 传递，$x \geq_{S_k}^{\vec{F_{ctx}}} z$ 成立，F_{Lex} 采纳为 $x \geq_{FusedCtx} z$。若 S_k 不可比，延续至次优先级，依此类推。最终输出依赖某传递 $\geq_{S_i}^{\vec{F_{ctx}}}$，故 $\geq_{FusedCtx}$ 传递。$\mathrm{Score}_{Fused}(u) = \sum_{i=1}^{n} \omega_i \mathrm{Score}_{S_i}(u)$。若所有 $\geq_{S_i}^{\vec{F_{ctx}}}$ 传递，则每个 $\mathrm{Score}_{S_i}(u)$ 反映一致偏序，$\mathrm{Score}_{Fused}(u)$ 作为线性组合保持单调性。若循环存在，需 Kemeny-Young 消解，生成传递排序。结论：F_{Lex} 和 F_{WNum}（配循环消解）满足 F-CR。

证明 F-P（帕累托原则/一致同意）。定义：若对所有 S_i 且 $\omega_i > 0$，$x \geq_{S_i}^{\vec{F_{ctx}}} y$ 成立，则 $x \geq_{FusedCtx} y$。F_{Lex} 证明：若所有 S_i 一致认为 $x \geq_{S_i}^{\vec{F_{ctx}}} y$，最高优先级 S_k 给出 $x \geq_{S_k}^{\vec{F_{ctx}}} y$，$F_{Lex}$ 采纳，满足 F-P。F_{WNum} 证明：$\mathrm{Score}_{Fused}(x) = \sum \omega_i \mathrm{Score}_{S_i}(x)$，$\mathrm{Score}_{Fused}(y) = \sum \omega_i \mathrm{Score}_{S_i}(y)$。若 $x \geq_{S_i}^{\vec{F_{ctx}}} y$ 则 $\mathrm{Score}_{S_i}(x) \geq \mathrm{Score}_{S_i}(y)$，且和式保持 $\mathrm{Score}_{Fused}(x) \geq \mathrm{Score}_{Fused}(y)$。结论：两者满足 F-P。

证明 F-IM（影响单调性）。定义：若 S_i 影响力增加（ω_i 增大），$x \geq_{S_i}^{\vec{F_{ctx}}} y$ 的“强度”不应减弱。F_{Lex} 证明：若 $\geq_M^{\vec{F_{ctx}}}$ 提升 S_i 优先级，$x \geq_{S_i}^{\vec{F_{ctx}}} y$ 更可能被采纳，强度增强。F_{WNum} 证明：$\mathrm{Score}_{Fused}(x) - \mathrm{Score}_{Fused}(y) = \sum \omega_j (\mathrm{Score}_{S_j}(x) - \mathrm{Score}_{S_j}(y))$。若 $\mathrm{Score}_{S_i}(x) > \mathrm{Score}_{S_i}(y)$，增加 ω_i 增大差值，强化偏好。结论：两者满足 F-IM。

证明 F-N（中立性）。定义：置换 $\mathcal{U}$ 中项标签，$\geq_{FusedCtx}$ 应相应置换。F_{Lex} 证明：算法仅依赖 $\geq_{S_i}^{\vec{F_{ctx}}}$ 的相对关系，标签置换不影响输出。F_{WNum} 证明：Borda 计数法基于排名，置换标签不改变 Score_{S_i} 相对大小，Score_{Fused} 保持一致。结论：两者满足 F-N。

证明 F-NonA（非匿名性）。定义：结果依赖 S_i 身份和 ω_i。F_{Lex} 证明：$\geq_M^{\vec{F_{ctx}}}$ 明确区分 S_i 优先级，交换 S_i, S_j 改变输出。F_{WNum} 证明：Score_{Fused} 权重大小由 ω_i 决定，源身份影响结果。结论：两者满足 F-NonA。

证明 F-IIA（独立于无关备选项）。定义：x, y 的相对序仅依赖 $\geq_{S_i}^{\vec{F_{ctx}}}$ 中 x, y 的比较。F_{Lex} 证明：若 S_k 决定 x, y，不受其他项影响，满足 F-IIA。F_{WNum} 证明：Borda 计数法依赖整体排名，移除无关项改变分数，违反 F-IIA。结论：F_{Lex} 满足，F_{WNum} 违反。

证明 F-D（果断性）。定义：$\mathcal{F}$ 总产生确定输出。F_{Lex} 证明：始终输出预序（最坏情况不可比）。F_{WNum} 证明：Borda 评分产生实数序，配循环消解确保确定。结论：两者满足 F-D。

证明 F-CF（计算可行性）。定义：计算复杂性可接受。F_{Lex} 证明：线性遍历 S_i 和 $\mathcal{U}$ 对，复杂度 $O(n|\mathcal{U}|^2)$，可行。F_{WNum} 证明：Borda 复杂度 $O(n|\mathcal{U}|^2)$，Kemeny-Young 为 NP-hard，需优化。结论：F_{Lex} 满足，F_{WNum} 需条件满足。

5.P1-P8 独立性细化

- *方法*：构造 ω_i 的实例集，测试每个属性是否可单独违反。
  - P1（有界性）：设 $\omega_i = 2$（违反 P1），$\omega_j = 0.5$（P2 可满足，归一化后调整），P3-P8 保持（如 $\omega_i(\vec{F_{ctx}}^0) = 0.5$ ）。独立。
  - P2（权重归一化）：设 $\sum \omega_i = 2$（违反 P2），但 $0 \leq \omega_i \leq 1$（P1 满足），P3-P8 可调。可能从 P1 导出（需归一化定义）。
  - P3（基线影响力）：设 $\omega_i(\vec{F_{ctx}}^0)$ 随 $\vec{F_{ctx}}$ 变化（违反 P3），P1, P2, P4-P8 保持。独立。
  - P4（上下文单调性）：设 ω_i 对 f_j 增减（违反 P4），P1-P3, P5-P8 满足。独立。
  - P5（上下文敏感度）：设 ω_i 恒定（违反 P5），P1-P4, P6-P8 满足。独立。
  - P6（稳定性）：设 ω_i 对微扰剧变（违反 P6），P1-P5, P7-P8 满足。独立。
  - P7（否决）：设无 $\omega_i = 1$（违反 P7），P1-P6, P8 满足。独立。
  - P8（交互效应）：设无 c_{ijk}（违反 P8），P1-P7 满足。独立。
- *结论*： P1, P3, P5, P6, P7, P8 相互独立；P2 可能从 P1 导出（依赖归一化机制）；P4 需 P5 支持（单调性依赖敏感度）。

6.F-UD 至 F-CF 独立性细化

方法：构造排序实例，测试属性单独违反。

F-UD（普遍定义域）：设输入无效（无预序），F-CR 至 F-CF 可满足。独立。

F-CR（集体理性）：设输出不传递，F-UD, F-P 至 F-CF 满足。独立。

F-P（帕累托原则）：设 $x \geq_{S_i} y$ 但 $x \not\geq_{Fused} y$（违反 F-P），F-UD, F-CR 满足。独立。

F-IM（影响单调性）：设 ω_i 增但偏好减弱，F-UD 至 F-P, F-N 至 F-CF 满足。独立。

F-N（中立性）：设标签置换改变输出（违反 F-N），F-UD 至 F-IM, F-NonA 至 F-CF 满足。独立。

F-NonA（非匿名性）：设结果不依赖 S_i 身份，F-UD 至 F-N, F-IIA 至 F-CF 满足。独立。

F-IIA（无关备选项）：设移除无关项改变 x, y 序（违反 F-IIA），F-UD 至 F-NonA, F-D 至 F-CF 满足。独立。

F-D（决断性）：设输出未定，F-UD 至 F-IIA, F-CF 满足。独立。

F-CF（计算可行性）：设复杂度不可接受，F-UD 至 F-D 满足。独立。

结论： F-UD 至 F-CF 均独立，F-CR 与 F-D 弱相关（传递性需决断性），F-P 与 F-IIA 互斥（Arrow 不可兼得）。

7. 测试新属性

P9（公平性）：定义为 $\forall S_i, S_j, \exists \vec{F_{ctx}}$ 使 $|\omega_i(\vec{F_{ctx}}) - \omega_j(\vec{F_{ctx}})| < \epsilon$（权重接近）。*测试*：NLC-$\omega$ 可通过调整 a_i, b_{ij} 实现 $\omega_i \approx \omega_j$（例如 $a_i = a_j$，b_{ij} 相近）。满足。*独立性*：设 ω_i 恒偏（违反 P9），P1-P8 满足。独立。

F-G（抗噪声性）：定义为对 $\geq_{S_i}^{\vec{F_{ctx}}}$ 小扰动，$\geq_{Fused}^{Ctx}$ 稳定。*测试*： F_{WNum} 的 Score_{Fused} 变化由 $\sum \omega_i \mathrm{Score}_{S_i}$ 线性控制，小扰动影响有限（需 ω_i 鲁棒）。F_{Lex} 依赖最高优先级，抗噪性强。满足。*独立性*：设扰动改变序，F-UD 至 F-CF 满足。独立。

C DSS 推理的上下文敏感性与非单调性

1.DSS 推理的上下文敏感性

DSS 的上下文敏感性是其最核心和最显著的特征之一，它体现在从输入到输出的整个元逻辑推理链条中：

上下文驱动的输入：上下文元特征向量（$\vec{F_{ctx}}$）直接作为动态影响函数（ω）的输入，决定了各逻辑源影响力的动态分配。$\vec{F_{ctx}}$ 还可能直接影响个体逻辑源（S_i）内部的运作，从而使其产生的排序贡献（$\geq_{S_i}^{\vec{F_{ctx}}}$）本身就是上下文相关的。

上下文驱动的推理规则（ω 和 $\mathcal{F}$ 的运作）：ω 函数的输出（权重（$W^{\vec{F_{ctx}}}$）或元排序（$\geq_M^{\vec{F_{ctx}}}$）完全由（$\vec{F_{ctx}}$）决定。因此，在元层面“哪些逻辑源更重要”这一关键判断是高度上下文相关的。融合算子（$\mathcal{F}$）虽然其本身的聚合机制可能是固定的，但其接收的输入（个体排序和影响力配置）都是上下文相关的，从而导致其最终输出（$\geq_{Fused}^{Ctx}$）也是上下文相关的。更进一步，某些高级的 DSS 设计甚至可能允许（$\vec{F_{ctx}}$）动态地选择或参数化（$\mathcal{F}$）算子本身（例如，在冲突程度低的上下文中使用一种融合方法，在冲突程度高的上下文中使用另一种）。

上下文驱动的输出：最终的综合排序（$\geq_{Fused}^{Ctx}$）和基于它的前提选择，都将随着（$\vec{F_{ctx}}$）的变化而动态调整。

这种深刻的上下文敏感性使得 DSS 能够表现出高度的适应性，使其推理和决策能够紧密契合具体情境的需求，这对于需要在复杂动态环境中运作的情感计算等 AI 应用至关重要。

2.DSS 推理的非单调性

非单调逻辑的核心特征是，增加新的信息（前提）可能会导致先前可推导的某些结论不再成立（即可撤销性）。DSS 作为一个元逻辑推理系统，其从个体排序配置（$\Pi^{\vec{F_{ctx}}}$）和影响力配置（$I^{\vec{F_{ctx}}}$）推导出综合排序（$\geq_{Fused}^{Ctx}$）的过程，也鲜明地体现了非单调性。这种非单调性主要源于其对上下文（$\vec{F_{ctx}}$）的敏感性以及动态影响函数（ω）的作用：

上下文变化导致的非单调性：假设在上下文（$\vec{F_{ctx_1}}$）下，DSS 推导出综合排序（$R_1 = \geq_{Fused}^{Ctx_1}$），并据此选择了前提（$p_1$）。如果上下文发生微小变化，变为（$\vec{F_{ctx_2}}$）（例如，增加了一个新的观察到的情境特征，或者某个已有特征的值发生了改变），这可能导致：

动态影响函数（ω）对各逻辑源的影响力分配发生改变（例如，原先权重较低的源（S_k）现在权重显著提高）。某些个体逻辑源（S_i）自身对（$\vec{F_{ctx}}$）敏感，其输出的排序（$\geq_{S_i}^{\vec{F_{ctx_2}}}$）可能与（$\geq_{S_i}^{\vec{F_{ctx_1}}}$）不同。

这些变化通过融合算子（$\mathcal{F}$）的作用，可能产生一个与（R_1）显著不同的新的综合排序（$R_2 = \geq_{Fused}^{Ctx_2}$），从而可能导致原先被选为最优的前提（$p_1$）不再最优，而被另一个前提（$p_2$）替代。这正体现了“增加上下文信息（从（$\vec{F_{ctx_1}}$）到（$\vec{F_{ctx_2}}$））导致原有结论（选择（$p_1$））被撤销”的非单调特性。

逻辑源集合变化（或其知识更新）导致的非单调性：如果系统中加入了一个新的逻辑源（S_{new}），或者某个现有逻辑源（S_i）的内部知识库得到更新（导致其输出的（$\geq_{S_i}^{\vec{F_{ctx}}}$）发生变化），这也可能通过（$\omega$）的重新评估和（$\mathcal{F}$）的重新融合，导致最终的（$\geq_{Fused}^{Ctx}$）发生非单调的变化。（准）公理在非单调性中的作用：DSS 中为（ω）和（$\mathcal{F}$）设定的（准）公理化属性，旨在确保这种非单调的变化是“有原则的”、“合理的”，而不是任意的或混乱的。例如，（ω）的上下文单调性公理（P4）试图保证影响力的变化方向与上下文特征变化的预期方向一致；（$\mathcal{F}$）

的帕累托原则（F-P）则试图保证在个体意见一致时，融合结果能反映这种一致性。这些公理为 DSS 的非单调推理行为提供了一定的结构和约束。

DSS 的这种上下文敏感的、非单调的元逻辑推理特性，使其能够灵活地适应动态变化的环境和不断更新的信息，避免了传统单调逻辑系统在面对新信息或例外情况时可能出现的僵化。这使其成为一种更接近人类常识推理和复杂决策过程的计算模型，尤其适合于情感计算这类需要与不确定、易变的人类行为进行交互的领域。

参考文献

[1] C. E. Alchourrón, P. Gärdenfors and D. Makinson, 1985, "On the logic of theory change: Partial meet contraction and revision functions", *Journal of Symbolic Logic*, **50(2)**: 510–530.

[2] K. J. Arrow, 1963, *Social Choice and Individual Values*, New York: John Wiley & Sons, Inc.

[3] J. van Benthem, 2010, *Modal Logic for Open Minds*, Standford, California: CSLI Publications.

[4] B. Ganter and R. Wille, 1999, *Formal Concept Analysis: Mathematical Foundations*, Berlin: Springer.

[5] J. Y. Halpern and Y. Moses, 1990, "A guide to completeness and complexity for modal logics of knowledge and belief", *Artificial Intelligence*, **54(3)**: 311–379.

[6] D. Harel, D. Kozen and J. Tiuryn, 2000, *Dynamic Logic*, Cambridge, MA: MIT Press.

[7] D. Lehmann and M. Magidor, 1992, "What does a conditional knowledge base entail?", *Artificial Intelligence*, **55(1)**: 1–60.

[8] F. Liu, 2011, *Reasoning about Preference Dynamics*, Dordrecht, Netherlands: Springer.

[9] R. W. Picard, 1997, *Affective Computing*, Cambridge, MA: MIT Press.

[10] A. Sen, 1970, *Collective Choice and Social Welfare*, San Francisco: Holden-Day.

[11] P. K. Singh, C. A. Kumar and A. Gani, 2016, "A comprehensive survey on formal concept analysis, its research trends and applications", *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, **26(2)**: 495–516.

[12] G. H. von Wright, 1963, *The Logic of Preference*, Edinburgh, UK: Basil Blackwell.

[13] 代利，唐晓嘉，"基于判断聚合逻辑的偏好聚合分析"，*计算机科学*，2012 年第 6 期，第 235–239, 254 页。

[14] 廖备水，李崇慧，"基于偏好聚合和论辩推理的道德困境解决方法"，*湖南科技大学学报（社会科学版）*，2020 年第 3 期，第 33–49 页。

[15] 刘奋荣，"社会网络中信念修正的几个问题"，*哲学动态*，2015 年第 3 期，第 84–89 页。

[16] 刘奋荣，付小轩，"关于偏好关系的质化与量化研究——中间道路的探索"，*浙江大学学报（人文社会科学版）*，2020 年第 5 期，第 63–70 页。

[17] 刘永谋，"主持人语"，*科学・经济・社会*，2025 年第 3 期，第 1 页。

[18] 邱德钧，李玮农，"超越记忆——情感计算中遗忘的必要性和实现"，*科学・经济・社会*，2025 年第 3 期，第 50–66 页。

（责任编辑：执子）

Dynamic Sorted Semantics: An Axiomatic Meta-logical Framework for Heterogeneous Ranking Integration in Affective Computing

Dejun Qiu Weinong Li

Abstract

Affective computing requires integrating heterogeneous logical systems—namely, the conditional logic KLM, the AGM theory of belief revision, Formal Concept Analysis (FCA), and preference logic—each capable of delivering comparative (ranking) verdicts. The semantic heterogeneity and potential conflicts among these systems engender a “premise-selection dilemma.” To address this dilemma in a principled and formal manner, we introduce a meta-logical framework called Dynamic Sorted Semantics (DSS). DSS employs a (quasi-)axiomatic methodology that uniformly maps the outputs of the heterogeneous logics onto a universal comparative predicate $\geq$ over a common domain $\mathcal{U}$. Contextual awareness is realized via a contextual meta-feature vector $\vec{F_{ctx}}$. A dynamic influence function ω, governed by a set of (quasi-)axiomatic postulates (P1–P9), and a ranking-fusion operator $\mathcal{F}$, constrained by postulates (F-UD–F-G), jointly generate a unified, context-sensitive, comprehensive ranking relation $\geq_{FusedCtx}$. Our meta-logical argumentation characterizes DSS’s context-sensitivity and non-monotonicity, thereby conferring principled adaptability and analyzability to premise selection in affective AI and furnishing a robust logical foundation for reasoning in dynamic decision-making scenarios.

Dejun Qiu School of Philosophy and Sociology, Lanzhou University
qiudjun@lzu.edu.cn

Weinong Li School of Philosophy and Sociology, Lanzhou University
liwn2023@lzu.edu.cn