

贝叶斯确证理论的主观性问题

王刚

李晟

摘要: 先验概率的主观性导致贝叶斯确证理论含有主观性因素, 如何为这一主观性因素提供合理辩护的问题即是所谓的“主观性问题”。依据客观的限制性原则和贝叶斯收敛定理对主观性问题进行论证, 可以为该问题的解决提供两种可能的思路。然而, 由于客观的限制性原则和贝叶斯收敛定理存在缺陷, 因此每一种解决思路都不具备全局性、无法兼顾主观性问题的各个方面, 从而难以完全消解贝叶斯确证理论的主观性问题。

关键词: 贝叶斯推理; 确证; 主观性问题; 概率

中图分类号: B81

文献标识码: A

纵观贝叶斯确证理论¹的发展历程可知, 主观性问题 (The Problem of Subjectivity) 和旧证据问题 (The Problem of Old Evidence, [27]) 是困扰着该理论的两大传统难题。就主观性问题而言, 自贝叶斯确证理论诞生以来, 贝叶斯主义者相继从各种不同的视角论证了这一问题如何得以解决的可能性, 但始终未能找到一种完全令人满意的解决方案。迄今为止, 贝叶斯主义者围绕主观性问题的讨论仍在持续。

1 引言

作为一种科学推理理论, 贝叶斯确证理论面临着主观性问题的挑战。这一挑战源自于科学共同体对科学客观性的期待。科学客观性是科学研究的一种基本属性, 它表达了这样一种观点: “科学主张、方法、结果 (以及科学家自身) 不受或不应受特定观点、价值判断、共同体偏见或个人利益等的影响; 客观性通常被视

收稿日期: 2023-09-12

作者信息: 王刚 四川师范大学哲学学院
四川师范大学逻辑与信息研究所
wanggang1013@163.com

李晟 四川师范大学哲学学院
四川师范大学逻辑与信息研究所
lisheng@sicnu.edu.cn

基金项目: 国家社科基金重点项目“印度正理派逻辑思想研究”(22AZX019)。

¹从贝叶斯确证理论的发展历史来看, 贝叶斯确证理论可以分为两个类型, 即主观贝叶斯确证理论和客观贝叶斯确证理论; 从贝叶斯确证理论的发展趋势来看, 主观贝叶斯确证理论在现代贝叶斯确证理论的发展过程中占据主导地位。有鉴于此, 本文探讨的贝叶斯确证理论特指主观贝叶斯确证理论。

为科学研究的理想，它既是评价科学知识的充分理由，也是科学在社会中拥有权威地位的基础。”〔16〕该观点预设的前提是，科学研究的认知对象独立于认知主体的主观意识，因而应当将其视为客观的存在。在很大程度上，科学的权威性源于科学客观性，而这种客观性主要体现在科学方法的客观性上。“科学的通俗形象在于它为我们提供了某种产生客观观点的方法：对该科学方法进行忠实且长期的应用将会最终产生符合现实的确定性，在确定性被获得之前，科学共同体的所有成员对该方法的忠实使用保证了客观性。”〔5〕，第138页）由于科学方法的客观性有助于科学研究的可靠性，因此具备客观性已经成为科学共同体对科学方法的基本要求。

作为科学研究中的基本科学方法，统计方法被科学家视为实现科学客观性的重要手段。对于统计方法而言，最常见的一种研究进路是贝叶斯进路。在科学实践中，贝叶斯进路将贝叶斯推理作为追求科学客观性的主要科学推理方法。由于贝叶斯推理包含了主观性因素，且这一特征与科学客观性的理想相违背，因此贝叶斯推理的客观性遭到科学共同体成员的广泛质疑。由此可见，能否为贝叶斯推理的客观性做出合理的辩护，乃是贝叶斯进路是否可以实现科学客观性的关键所在。

贝叶斯确证理论以贝叶斯推理为基础，对归纳逻辑的核心问题“经验证据如何影响科学假说”展开研究。因此，该理论不可避免地具有贝叶斯推理的所有主观性因素。基于这一事实，为贝叶斯推理的客观性进行辩护的问题亦可以归结为为贝叶斯确证理论的客观性进行辩护的问题。

能否为贝叶斯确证理论的客观性提供合理的辩护，决定了贝叶斯确证理论的根本目标是否可以实现。这是因为，贝叶斯确证理论的根本目标在于，对休谟（D. Hume）的“归纳问题”（problem of induction）或归纳推理的合理性问题做出有效的论证。然而，贝叶斯确证理论为“归纳问题”提供的论证在很大程度上是建立在先验概率的基础上，而先验概率的主观性特征使得贝叶斯确证理论必然会包含主观性因素，进而使得其为“归纳问题”提供的论证在一定程度上是被主观确定的。（〔21〕，第60页）由此可见，如果贝叶斯主义者期望诉诸于贝叶斯确证理论为“归纳问题”提供有效的论证，那么其首先需要为贝叶斯确证理论的客观性进行辩护。而为贝叶斯确证理论的客观性进行辩护的核心要点则是回应以下问题：贝叶斯确证理论的主观性因素能否得到合理的解释，从而确保贝叶斯确证理论在科学实践中具有客观性。这一问题即是贝叶斯确证理论的“主观性问题”。如果能够解决这一问题，那么贝叶斯确证理论的客观性就可以得到辩护，进而使得贝叶斯推理的客观性同样获得辩护。如此一来，采用贝叶斯推理的贝叶斯进路就能够确保科学客观性的实现。

2 贝叶斯确证理论的主观性因素

贝叶斯确证理论旨在探讨如何运用概率函数来测度证据对假说的确证度 (degree of confirmation) 或支持度 (degree of support)。具体言之, 令 Pr 表示正则概率函数, 该函数由有穷命题语言 L 及其闭语句集合 $\mathbf{L}$ 来刻画, 且只涉及 L 中既非逻辑真也非逻辑假的语句; 同时令 H 表示假说, E 表示证据。贝叶斯主义者使用精确的数值 $c(H, E)$ 表示证据 E 对假说 H 的确证度。基于贝叶斯定理² 可以推断出, 当 $C(H, E) = \text{Pr}(H | E) - \text{Pr}(H) > 0$ 时, 也就是说, 当获得证据 E 之后 H 的后验概率 $\text{Pr}(H | E)$ 大于 H 的先验概率 $\text{Pr}(H)$ 时, E 确证 H , 即 E 为 H 提供支持。

根据贝叶斯确证理论可知, 贝叶斯主义者非常重视先验概率在科学推理中所起到的作用。在贝叶斯主义机制中, 主体可以为各种假说指派任意一组先验概率, 这种概率指派是主体的自由选择, 只要遵循概率公理, 任何初始的先验概率指派都是合理的; 随着证据的获取, 初始的先验概率会获得相应的更新。显然, 这种主观的先验概率指派方式存在一个很大的弱点, 即贝叶斯主义者不能批评看似非常奇怪的初始概率指派。([8], 第 209 页) 即便如此, 贝叶斯主义者仍然认为, 先验概率在贝叶斯主义机制中占据十分重要的地位; 在贝叶斯主义者看来, 归纳推理在很大程度上取决于主体的先验概率, 也就是说, 归纳推理会受到个人先验概率指派方式的限制。为了直观地阐释个人先验概率的指派方式在归纳推理中的作用, 可以以古德曼 (N. Goodman) 的绿蓝悖论 (Grue Paradox) 为例加以说明。绿蓝悖论的大致内容如下:

假设在某一特定时刻 T 之前观测到的所有翡翠都是绿色的。那么, 根据枚举归纳法的定义可知, 证据 E “在时刻 T 之前观测到的所有翡翠都是绿色的” 确证了全称假说 H_1 “所有翡翠都是绿色的”。接着给出一个新的谓词 “绿蓝色”, 其定义如下: 某一对象是绿蓝色的, 当且仅当, (1) 该对象在时刻 T 之前被观测到, 并且是绿色的; 或者, (2) 该对象在时刻 T 之后被观测到, 并且是蓝色的。根据 “绿蓝色” 的定义可以推断出, 证据 E 陈述的事实 “在时刻 T 之前观测到的所有翡翠都是绿色的” 等值于 “在时刻 T 之前观测到的所有翡翠也都是绿蓝色的”。因此, 证据 E 同时也确证了全称假说 H_2 “所有翡翠都是绿蓝色的”。当主体分别根据全称假说 H_1 和 H_2 对时刻 T 之后观测到的翡翠颜色进行预测时, 可得到两个截然不同的预测结果, 即 “在时刻 T 之后观测到的翡翠都将是绿色的” 和 “在时刻 T 之后观测到的翡翠都将是绿蓝色的”。这两个预测都被同一个证据 E 所确证; 然而, 根据谓词 “绿蓝色” 的定义可知, 后一个预测 “在时刻 T 之后观测到的翡翠都将是绿蓝色的” 等值于 “在时刻 T 之后观测到的翡翠都将是蓝色的, 因而不是

² 贝叶斯定理规定, 在获得证据的条件下, 主体对假说的后验概率为 $\text{Pr}(H | E) = \text{Pr}(E | H) \text{Pr}(H) / \text{Pr}(E)$, 其中, $\text{Pr}(H)$ 表示的是 H 的先验概率, $\text{Pr}(E | H)$ 表示的是在假说 H 为真的条件下、证据 E 的主观似然。

绿色的”。由此可见，上述两个预测是不相容的，并由此导致“在时刻 T 之后观测到的翡翠既是绿色的又不是绿色的”这一悖论。

根据上述分析可知，这一悖论蕴涵两个归纳结论，分别是假说 H' ：“在时刻 T 之后观测到的翡翠都将是绿色的”（或“所有翡翠都是绿色的”），以及假说 H'' ：“在时刻 T 之后观测到的翡翠都将是绿蓝色的，因而是蓝色的”（或“所有翡翠都是绿蓝色的”，换言之，“在时刻 T 之前观测到的翡翠都是绿色的且在时刻 T 之后观测到的翡翠都是蓝色的”）。根据贝叶斯主义机制的规定，既然证据 E 为假说 H' 和 H'' 提供了同等的确证度或支持度，因此，推导出这两个结论的归纳论证都是合理的。然而，在现实世界中，情况却截然不同。由于在各种类型的翡翠颜色中，所占比例最大的颜色是绿色，因此绿色翡翠属于最为常见的翡翠；由此造成的结果是，主体在日常实践中可能会更加偏好假说 H' ，而不是假说 H'' 。在贝叶斯主义者看来，之所以出现这种情况，是因为个人先验概率的指派方式对归纳推理起到了限制性的作用。

具体言之，依据贝叶斯定理可知，当获得证据 E “在时刻 T 之前观测到的所有翡翠都是绿色的”时，主体对 H' 的主观概率（即主体对 H' 的后验概率）可以表示为：

$$\Pr(H'|E) = \frac{\Pr(E|H')\Pr(H')}{\Pr(E)},$$

而对 H'' 的主观概率（即主体对 H'' 的后验概率）则可以表示为

$$\Pr(H''|E) = \frac{\Pr(E|H'')\Pr(H'')}{\Pr(E)}.$$

由于 H' 和 H'' 都能够衍推 E ，因此假说 H' 和 H'' 分别指派给 E 的似然都为 1，即 $\Pr(E|H') = \Pr(E|H'') = 1$ 。显然，在这种情况下， $\Pr(H'|E)$ 和 $\Pr(H''|E)$ 的值分别只取决于主体对 H' 和 H'' 的先验概率，即 $\Pr(H')$ 和 $\Pr(H'')$ 。

如果主体为 H' 指派很高的先验概率，那么其对 H' 的主观概率 $\Pr(H'|E)$ 就会很高，因而更倾向于偏好 H' ；反之，如果其为 H'' 指派很高的先验概率，那么主体对 H'' 的主观概率 $\Pr(H''|E)$ 就会很高，因而更倾向于偏好 H'' 。这表明，在贝叶斯主义者看来，主体的上述两种偏好选择都是合理的；只要主体为假说指派了特定的先验概率，贝叶斯主义者就会支持主体的任何偏好。这一事实表明，贝叶斯主义机制中的这种不偏不倚的态度是建立在“相等概率原则”（equal probability principle）的基础上，这一原则可以表述如下：为一组证据指派相等客观似然的假说都会被该证据同等地确证。（[21]，第 64-65 页）

然而，现实世界的大多数主体并不认为 H' 和 H'' 拥有无差别的先验概率；原因在于，根据前文的分析可知，相较于 H'' ，大多数主体可能倾向于为 H' 指派更高的先验概率。相应地，主体对 H' 的后验概率 $\Pr(H'|E)$ 大于其对 H'' 的后验概率 $\Pr(H''|E)$ ，因此现实世界的主体更偏好假说 H' ，而不是假说 H'' 。也就是说，大多

数主体更倾向于相信“所有翡翠是绿色的”，而不是相信“所有翡翠是绿蓝色的”。由此可见，尽管 H' 和 H'' 都被同一证据 E 所确证，并且两者都是合理的归纳结论，但现实世界的主体对 H' 的先验概率 $\Pr(H')$ 显然高于 H'' 的 $\Pr(H'')$ ，这就是上述两个归纳结论的最大区别。问题恰恰在于，为什么现实世界的主体为“所有翡翠是绿色的”这一假说指派很高的先验概率，而为假说“所有翡翠是绿蓝色的”指派很低的先验概率？对于该问题，贝叶斯主义者未能给出具有说服力的解释。

贝叶斯主义者认为，主体之所以为假说“所有翡翠都是绿色的”指派更高的先验概率，是基于过去对翡翠的大量观测，以及对翡翠的经验认知；尽管如此，如果某一主体的意识中没有关于翡翠这一对象的任何观念，却为假说“所有翡翠都是绿蓝色的”指派了一个更高的先验概率，那么，只要这一先验概率是内在融贯的，并且主体的主观概率更新是恰当的，贝叶斯主义者同样不会质疑和批评这一先验概率指派。（[8]，第 210 页）

总而言之，根据上述分析可知，就贝叶斯确证理论的机制而言，先验概率在归纳推理中起到非常重要的作用，也就是说，归纳推理会受到个人先验概率指派方式的限制；具体言之，主体对假说的后验概率在很大程度上取决于主体指派给假说的先验概率，而这种先验概率指派必须是合理的，或者至少在心理上是令人信服的。显然，这种观点值得进一步商榷。如果归纳推理的限制如上文所说的那么弱，“以至于允许任何或几乎任何概率上融贯的先验概率，那么在科学中，没有什么推理能够比占星术、面相学中的推理或偏执型精神分裂症患者的阴谋推理更加合理，因为所有的这些推理都可以根据概率上融贯的先验概率来重构。”（[22]）

尽管贝叶斯确证理论非常重视先验概率在贝叶斯推理机制中的限制性作用，但许多学者质疑这一限制性作用不够强大。之所以出现这种争议，是因为先验概率的指派具有主观性。

先验概率反映了主体在未获知证据时对某一假说的主观信念，它是主体在获知任何证据之前对假说的似真性权重（plausibility weightings）所做的评估，由于受到各种特殊因素的影响，这种似真性评估在不同主体之间往往是截然不同的；换言之，先验概率在某种意义上被主体主观地确定，不同主体对同一假说可以持有不同的先验概率。这意味着，“不同的科学家可以使用不同的先验分布来分析同一个数据集，从而导致不同的后验分布和不同的结论”（[20]，第 290 页），并由此导致结论具有主观性。根据这一观点可以推断出，既然贝叶斯确证理论允许主体选择不同的先验概率作为科学推理的前提，那么该推理的结论（即证据对假说的确证度）也必然具有主观性。由此可见，贝叶斯确证理论的主观性主要体现在先验概率指派的主观性上。

从表面上看，贝叶斯确证理论因先验概率的指派而体现出来的主观性与科学共同体普遍认可的“科学客观性”内涵相矛盾。科学客观性要求主体的先验概率是“理性的、合理的和客观的信念度，而不是单一的主观性意见”。（[5]，第 57

页)正因如此,一些批评者为贝叶斯确证理论贴上“纯主观性”的标签,并反对在确证理论中使用主观先验概率(即主观信念度)。这些批评者认为,由于贝叶斯确证理论将先验概率解释为“私人信念度”(personalistic degree of belief),且“特定主体的信念度在科学中没有地位,它们仅仅是该主体先前的个人判断和偏见以及该主体碰巧获得的特定证据序列的函数”([9],第124页),因此贝叶斯确证理论“并不专注于如何获取和呈现公共的和客观的证据”。([3],第298页)基于这一理由,上述批评者质疑贝叶斯确证理论在评估“证据能否确证科学假说”的过程中所起到的作用。

贝叶斯主义者并不否认主体对假说持有的先验概率具有主观性,但他们不赞同批评者的上述观点,即关于先验概率的评估是纯主观的。为此,贝叶斯主义者给出了以下几点理由:第一,这种似真性评估是科学推理中不可或缺的组成部分,该评估所带来的主观性并不会使先验概率变得不准确或缺乏根据,相反,“在大多数研究领域,合格科学家的主观信念度(即主观先验概率)是了解真理的最佳指南。”([9],第124页)第二,贝叶斯主义机制虽然以主观的先验概率作为归纳推理的前提,但这种归纳推理是以概率公理、贝叶斯定理等推理规则作为基础的客观归纳推理,因此该推理的推论(即假说的后验概率)是有效的,“这种推理非常类似于演绎逻辑,即首先筛选前提,然后推理机制根据这些前提推导出有效的推论。”([28])第三,不同的主体可以对同一假说持有不同的主观先验概率,这在某种意义上代表了一种无差别的或中立的态度。这是因为,一方面,科学共同体很难就同一假说设定一个所有主体都认可的客观先验概率;另一方面,科学家不希望主观信念与数据所提供的信息混为一谈。([3],第277页)

尽管贝叶斯主义者为先验概率的主观性做出上述辩护,但相对于批评者的质疑(即先验概率的主观性与科学实践所追求的客观性相冲突,因而贝叶斯确证理论在科学评估中的作用值得商榷),这些辩护并不具备充分的说服力。

具体言之,在贝叶斯确证理论中,从主观先验概率推导出后验概率的推理过程是建立在概率公理、贝叶斯定理等客观推理规则的基础上,且这些推理规则对先验概率的主观任意性做出了某种限制,一定程度上能够消除先验概率的主观性对推理结论的客观性所产生的影响。但是,由于个人的先验概率指派方式在贝叶斯确证理论中具有巨大的作用,因此这些客观推理规则无法限制归纳推理的所有方面,进而无法消除先验概率的主观性造成的所有影响,特别是无法完全消除科学共同体成员因主观先验概率的差异对以下三个问题所产生的分歧:

- (1) 在获得特定证据之后,就相互竞争的理论而言,哪一个理论最有可能为真。
- (2) 在获得特定证据之后,就相互竞争的理论而言,主体对哪一个理论的主观概率发生最大幅度的改变(增加或减少)。
- (3) 在获得特定证据之后,主体对某一理论的主观概率应该增加还是减少,进一

步言之, 特定证据是确证该理论还是否证该理论。 ([21], 第 82 页)

由于科学共同体成员在获得证据之前对理论的初始先验概率存在不同的看法, 因此, 即便遵循概率公理、贝叶斯定理等客观推理规则来计算竞争理论的后验概率, 科学共同体成员对上述问题依旧存在分歧。如果不同的科学共同体成员在面对同一项新证据时, 无法就“该证据是否确证某一特定假说”的问题达成共识, 那么科学客观性就无法得到保证。基于这一理由, 批评者得出以下结论, 即, 因重视先验概率而导致自身具备主观性特征的贝叶斯确证理论必定会削弱科学客观性, 进而削弱公众对科学的信任, 并由此阻碍科学的进步。对于批评者的这一指控, 贝叶斯主义者予以否认。在贝叶斯主义者看来, 贝叶斯确证理论的主观性因素完全可以得到消除, 从而确保科学客观性的实现。为了使这一观点具有说服力, 贝叶斯主义者需要给出进一步的论证, 以说明先验概率的主观性不会与科学实践所追求的客观性相冲突。因此, 贝叶斯主义者尝试了多种论证。最具代表性的论证进路分别是基于客观限制性原则的论证进路和基于贝叶斯收敛定理的论证进路。

本文将以上述两种论证进路为出发点, 试图分析贝叶斯主义者为贝叶斯确证理论的主观性问题提供的解决方案。

3 基于客观限制性原则的论证进路

为了解决贝叶斯确证理论的主观性问题, 贝叶斯主义者认为必须对主体的先验概率指派做出限制。具体言之, 贝叶斯主义者认为, 主体只有凭借客观的限制性原则为假说指派先验概率, 先验概率的主观性特征才能够得到最大限度的消除。这些客观的限制性原则包括概率公理、贝叶斯条件化原则 (Bayesian Conditionalisation Principle)、概率协调原则 (Probability Coordination Principle)、似然爱好者原则 (Likelihood Lover's Principle) 和无差别原则 (Principle of Indifference) 等。

3.1 客观的限制性原则

在贝叶斯主义者看来, 不同的主体可以为同一假说指派不同的先验概率, 即主体可以主观地确定先验概率, 因此, 贝叶斯确证理论的主观性特征主要体现在先验概率指派方式的主观性和随机性上。

根据不同的先验概率指派方式之间的差异, (主观) 贝叶斯主义³可以进一步划分为完全私人主义 (personalism) 和非完全私人主义。完全私人主义者认为, 对主观先验概率指派的唯一客观限制是, 先验概率的指派必须遵循概率公理; 除此之外, 无需任何额外的客观限制。非完全私人主义者则认为, 主体在遵循概率公

³根据对“概率”一词的不同理解, 贝叶斯学派可以分成两大类, 即客观贝叶斯主义和主观贝叶斯主义; 而主观贝叶斯主义又可进一步划分为完全私人主义和非完全私人主义。

理的前提下可以为各种假说指派任意一组主观的先验概率，由此得到的任何初始先验概率都是合理的；但在获取新证据之后，主体必须将初始的先验概率加以更新，而在更新初始先验概率的过程中，主体必须遵循进一步的客观限制性原则。

为什么需要遵循进一步的客观限制性原则呢？贝叶斯确证理论的目标在于，通过贝叶斯主义机制来测度证据对不同假说的支持度或确证度（即假说的后验概率），从而做出“支持某一个假说、而不是另一个假说”的决定。因此，在非完全私人主义看来，为了避免因先验概率指派方式的主观性导致该决定具有主观性，主体在获得新证据之后，需要根据进一步的客观限制性原则来更新自己的初始先验概率，从而消除贝叶斯确证理论的主观性因素。

根据非完全私人主义者的观点可知，主体必须遵循以下三个基本的客观限制性原则来更新自己的主观概率，即概率公理、贝叶斯条件化原则、概率协调原则。

在非完全私人主义者看来，由于贝叶斯确证理论的主观性因素主要体现在先验概率指派方式的主观性上，因此仅仅遵循上述三个基本的客观限制性原则，并不足以消除这种主观性因素。非完全私人主义者认为，为了消除贝叶斯确证理论的主观性因素，主体在为假说指派先验概率时，还应当遵循一条基本的客观限制性原则，即似然爱好者原则（[21]，第46–47页）：令 H 表示假说， E 表示证据；同时假设假说 H 的先验概率不为 0；根据概率协调原则的基本原理可知，当 H 为 E 指派一个明确的客观似然时，主观似然 $\Pr(E|H)$ 的值应该等于 H 指派给 E 的客观似然；在概率协调原则的基础上，如果 H 指派给 E 的客观似然越大，则主体对 E 的观测就会更强有力地确证 H ；换言之，随着 H 指派给 E 的客观似然的增大， E 对 H 的确证度也会随之增大。

根据非完全私人主义者的观点，遵循上述四个客观限制性原则是使贝叶斯确证理论的主观性因素得以消除的首要步骤。然而，这些原则并非是足够强大的限制性原则，因为它们无法限制归纳推理的所有方面。根据贝叶斯确证理论可知，贝叶斯推理受到两个要素的限制：一方面，贝叶斯推理受到上述四个客观限制性原则的限制；另一方面，个人先验概率的指派方式也对贝叶斯推理施加了限制。虽然上述四个客观限制性原则在一定程度上可以降低个人先验概率的指派方式对贝叶斯主义机制的客观性所造成的影响，但是鉴于个人先验概率的指派方式在贝叶斯推理中的重要作用，要想完全消除贝叶斯确证理论的主观性因素，还需要找到一种可以用来评估先验概率的客观方法，从而最大限度削弱先验概率的主观性特征。为此，一些贝叶斯主义者诉诸于一种经典的先验方法，即凭借无差别原则来确定先验概率。

无差别原则的思想最早可追溯至 17 世纪古典概率论的初创时期。古典概率论的代表人物贝叶斯和拉普拉斯（P. S. Laplace）都曾对该思想做出了明确的或隐含的阐述。（[1]；[13]，第 3–4 页）无差别原则又被称为不充足理由原则（Principle of Insufficient Reason），其基本思想可以表述如下：对于某一条件下的随机事件

A 和 B , 如果没有已知的理由期望其中一个事件比另一个事件发生的可能性更大, 那么应该为这两个事件指派相等的概率; 或者说, 对于互斥命题集中的任何命题, 如果主体关于每一个命题的知识都是无差别的, 那么该主体就没有充足的理由偏好其中一个命题、而不是其他命题, 因此主体必须为这些命题中的每一个命题指派相等的概率。

一些贝叶斯主义者吸收了古典概率论者的无差别原则思想, 因此在评估先验概率时, 也借用了这一原则。例如, 德·芬内蒂 (B. de Finetti) 的“可换性” (exchangeability) 思想就蕴涵了对无差别原则的使用。无差别原则是两个多世纪以来被用于确定先验概率的一种常见客观方法。可以说, 基于无差别原则的先验方法是一种对个人先验概率的指派加以限制的经典方法, 该方法在一定程度上可以削弱先验概率的主观任意性, 从而为贝叶斯确证理论的主观性问题提供了一种具有启发性的解决方案。

3.2 客观限制性原则的哲学省思

贝叶斯主义者试图通过客观限制性原则消除个人先验概率的主观性特征、并期望凭借这一路径解决长期困扰着贝叶斯确证理论的主观性问题。然而, 这种基于客观限制性原则的路径蕴涵了贝叶斯主义者无法克服的难题, 即, 贝叶斯主义者无法为客观限制性原则存在的问题做出合理的辩护。概而言之, 客观限制性原则存在的问题主要体现在三个方面, 即贝叶斯条件化原则的缺陷、概率协调原则的缺陷和无差别原则的缺陷。

3.2.1 关于贝叶斯条件化原则的反思

贝叶斯条件化原则实质上是一种假设, 即所谓的“动态假设” (dynamic assumption), 而这一假设存在的问题主要体现在荷兰赌论证的缺陷上。

贝叶斯条件化原则规定, 假设主体在时刻 t 和时刻 $t+1$ 之间的时间段内实际获知了证据 E , 且主体在时刻 t 对 E 持有的信念度 $\Pr(E) \neq 0$, 那么主体在时刻 $t+1$ 对假说 H 持有的信念度 $\Pr_{t+1}(H)$ 应当等于 $\Pr(H|E)$ 。([14]) 其中, $\Pr(H|E)$ 是指主体在时刻 t 对 H 持有的信念度; 进一步言之, $\Pr(H|E)$ 的涵义是: “主体在时刻 t 意识到, 如果 E 为真, 则该主体应该对 H 持有的条件信念度为 $\Pr(H|E)$, 但此时主体并未获知 E 是否为真。” 严格来说, $\Pr(H|E)$ 并不能被视为 H 相对于 E 的后验概率, 而应当被视为 H 的先验概率, 因为主体在获知 E 为真之前就可以通过贝叶斯定理求出 $\Pr(H|E)$ 的值。事实上, H 的后验概率应该表述为: “主体在时刻 $t+1$ (即 t 之后的时刻) 实际获知 E 为真后对 H 持有的条件信念度。” 可将其标记为 $\Pr_{t+1}(H)$ 。显然, $\Pr(H|E)$ 和 $\Pr_{t+1}(H)$ 分别涉及主体在两个不同时刻对 H 持有的条件信念度, 两个时刻的条件信念度并不存在任何关

联, 因此 $\Pr(H|E) \neq \Pr_{t+1}(H)$ 。为了使贝叶斯定理可以表示主体在实际获知 E 为真后对 H 持有的条件信念度, 贝叶斯主义者提出“动态假设”, 也就是说, 假设 $\Pr(H|E) = \Pr_{t+1}(H)$ 。

然而, “动态假设”具有不合理性。这种不合理性源于该假设得以成立的理论基础, 即历时性荷兰赌论证 (Dutch book arguments)。历时性荷兰赌论证存在两个方面的问题。

历时性荷兰赌论证旨在表明, 某一主体在不同时刻对某一事件或命题的信念度必须是融贯的, 即这些信念度必须符合概率演算公理以及贝叶斯条件化原则; 如果主体在不同时刻的信念度更新不遵循概率演算的公理和贝叶斯条件化原则, 那么无论该主体打赌的事件获得怎样的结果, 主体都必然会在打赌中赔钱。与历时性荷兰赌论证相对应的是共时性荷兰赌论证, 该论证旨在表明, 某一主体在某一特定时刻对某一事件或命题的信念度必须是融贯的, 即这些信念度必须符合概率演算公理; 如果主体在某一特定时刻的信念系统不满足概率演算的公理, 那么无论该主体打赌的事件获得怎样的结果, 主体都必然会在打赌中赔钱。共时性荷兰赌论证显示出某一主体在同一时间内信念系统的不融贯性, 这种不融贯性导致的是“认识论上的不合理性”, 而不是“金钱上的损失亦即实用上的不合理性”。([25], 第174页) 正因如此, 当某一主体的信念系统使其有可能面临潜在的荷兰赌时, 那么“就足以说明他的这一信念系统是不合理的, 而无需等到他事实上进行一个荷兰赌之后才能说明他的信念系统是不合理的”。([24]) 因此, 主体应当避免同一时刻的信念系统出现这种不融贯性。与共时性荷兰赌论证不同的是, 历时性荷兰赌论证则体现出某一主体在不同时间的信念系统可能面临的不融贯性, 这种不融贯性或许会造成金钱上的损失、但不会造成认识论上的不合理性。因此, 主体不一定需要避免这种不融贯性的发生, 而“主体不一定需要避免这种不融贯性”的事实恰恰削弱了历时性荷兰赌论证的说服力, 此乃历时性荷兰赌论证的第一个缺陷。

另一方面, 包括历时性荷兰赌论证和共时性荷兰赌论证在内的所有荷兰赌论证都蕴涵了一个假设, 即逻辑全知假设 (assumption of logical omniscience)。根据荷兰赌论证可知, “易受到荷兰赌影响的主体必须根据同一打赌事件的不同描述方式为该打赌事件做出不同的评估”, 才能避免荷兰赌的发生; 这意味着, 主体必须“认识到自己所相信的观点的所有逻辑后承”, 否则就会陷入到荷兰赌中。([22]) 这种观点即是所谓的逻辑全知假设。逻辑全知假设表明, 仅仅依据演绎逻辑定律, 荷兰赌论证就可以实现对贝叶斯条件化原则的辩护。然而, 贝叶斯条件化原则本质上是一种归纳推理原则。因此, 问题的关键在于, 作为归纳推理原则的贝叶斯条件化原则如果仅仅依靠演绎逻辑定律就可以得到辩护, 那么, “有什么理由认为它具有归纳的内容呢? 也就是说, 有什么理由相信它不仅仅是将演绎逻辑定律从信念扩充至信念度呢?” ([22]) 显然, 对于这一问题, 贝叶斯主义者无法提供合理的解释, 而这可以被视为历时性荷兰赌论证的第二个缺陷。

历时性荷兰赌论证的上述两个缺陷表明, 历时性荷兰赌论证不可能成为“动态假设”得以成立的理论基础; 这意味着, 贝叶斯条件化原则的合理性存在争议、且难以得到有效的辩护。由此可见, 贝叶斯条件化原则存在的问题在于, 该原则是一条无法得到合理辩护的原则。

3.2.2 关于概率协调原则的反思

概率协调原则规定, 当假说 H 为证据 E 指派一个明确的客观似然时, $\Pr(E|H)$ 的值应当等于 H 指派给 E 的客观似然。这一原则得以成立的基础是刘易斯 (D. Lewis) 的“首要原则” (The Principal Principle, [15]), 即如果已知一个事件在时刻 t 发生的客观概率 (objective probability) 为 p , 那么, 除非出现任何非容许的证据 (inadmissible evidence), 否则主体对假说“该事件在时刻 t 发生”的主观信念度 (subjective degree of belief) 应当等于 p ; 一般而言, “首要原则”也可以通过形式化的方式表述如下:

令 $\Pr(\cdot)$ 表示任意合理的初始信念度函数, t 表示任意时刻, p 表示单位区间 $[0, 1]$ 内的任意实数; 并且, 令 H 表示假说 (或命题) “某一特定事件 e 在时刻 t 发生”, H_p 表示假说 (或命题) “某一特定事件 e 在时刻 t 发生的客观概率为 p ”, E 表示在时刻 t 与假说 H 相容的证据, 也就是说, 证据 E 在时刻 t 是容许的证据 (admissible evidence), 那么, $\Pr(H|H_p \cdot E) = p$ 。然而, “首要原则”的合理性有待进一步的商榷, 原因在于, “首要原则”蕴涵着以下结论, 即“全知意味着决定论 (determinism)” ([6], 第 196 页), 而该结论则存在一些矛盾之处, 具体如下:

第一, “首要原则”将理性主体构造为逻辑全知者, 因此该原则的适用对象是作为逻辑全知者的理想主体; 然而, 现实世界的主体是受时间限制的理性主体、该主体无法准确获知未来的信息。这一事实表明, 现实世界的理性主体不可能成为逻辑全知者。由此可见, “首要原则”并不适用于现实世界的理性主体。

第二, “首要原则”假设理性主体是逻辑全知者, 这意味着, 该主体对于每个真命题都拥有完全的信念。换言之, 对于该主体而言, 其可以根据假说 H “某一特定事件 e 在时刻 t 发生”是真的或假的, 为该假说指派数值为 1 或 0 的信念度, 即 $\Pr(H) = 1$ 或 0。由此可以推断出, 对于某个唯一的实数 $0 \leq p^* \leq 1$, 主体对假说 H^* “某一特定事件 e 在时刻 t 发生的客观概率为 p^* ”的信念度应等于 1, 即 $\Pr(H^*) = 1$ 。而根据 $\Pr(H^*) = 1$ 以及“首要原则”又可以推断出, $\Pr(H|H^*) = p^* = \Pr(H \wedge H^*)/\Pr(H^*) = \Pr(H)$ 。 ([5], 第 196 页) 综上所述, 根据假说 H 是真的还是假的, 可以推断出 $p^* = 1$ 或 0; 这意味着, 某一特定事件 e 在时刻 t 发生的客观概率一定是 1 或 0, 这种观点是一种决定论的观点。也就是说, 客观概率已经被自然法则决定好, 其必定是 1 或 0。既然客观概率已经被自然法则决定好, 那么客观概率又怎么可能是客观的呢? 著名德国哲学家莱布尼茨

(G. W. Leibniz) 曾经提出一种典型的决定论观点, 即“充足理由律”(principle of sufficient reason): “任何一件事如果是真实的或实在的, 任何一个陈述如果是真实的, 就必须有一个为什么这样而不是那样的充足理由, 虽然这些理由常常总是不能为我们所知道的。”([23], 第 297 页) 根据充足理由律所蕴涵的思想可知, 所谓的客观概率, 本质上是主体在主观上的一种认知, 因而可以被视为主观概率。这表明, 如果从决定论的视角思考概率, 那么概率不可能是客观的; 显然, 这种决定论观点与客观概率的客观性相矛盾。

第三, 正如上文所述, “首要原则”假设理性主体是逻辑全知者, 这一假设导致了一种决定论的观点, 即“某一特定事件 e 在时刻 t 发生的客观概率一定是 1 或 0”。而量子力学的研究表明, 某些物质具有偶然性的特点, 它们不受特定自然法则的支配, 虽然这一事实不足以证明量子力学是建立在非决定论机制的基础上, 但也在一定程度上说明, 决定论无法得到任何先验的证明。这也就意味着, “全知意味着决定论”的观点同样无法得到任何先验的证明。

综上所述, “全知意味着决定论”这一观点的内在矛盾性使得“首要原则”的合理性受到质疑, 进而影响到概率协调原则的合理性。

3.2.3 关于无差别原则的反思

大体言之, 无差别原则存在以下三个方面的问题:

第一, 无差别原则容易导致贝特朗悖论 (Bertrand's Paradox)。在运用无差别原则的过程中, 主体对“基本划分 (a fundamental partition) 的选择极其依赖于其对描述类别 (descriptive categories) 或语言的选择”。([12], 第 108 页) 具体言之, 当主体运用无差别原则为特定命题集中的每一个命题指派先验概率时, 每一个命题的先验概率取决于主体如何描述这些命题。因此, 如果运用无差别原则为命题集中的每一命题指派先验概率, 那么极有可能导致贝特朗悖论, 即, 根据主体对命题集的不同描述, 该主体有可能为同一命题指派不同的先验概率。对于这一悖论, 贝特朗 (J. Bertrand) 本人列举了一个例子: 假设一家工具厂生产边长不大于 2 厘米的立方体铁块, 那么“该厂生产的下一个立方体铁块的边长不大于 1 厘米”这一命题的概率是多少? ([18], 第 61 页) 根据无差别原则可知, 主体可以为命题“下一个立方体铁块的边长不大于 1 厘米”指派的概率是 $1/2$ 。然而, 上述问题也可以换一种形式来描述, 即, 假设一家工具厂生产体积不大于 8 立方厘米的立方体铁块, 那么“该厂生产的下一个立方体铁块的体积不大于 1 立方厘米”这一命题的概率是多少? 同样根据无差别原则可知, 主体可以为命题“该厂生产的下一个立方体铁块的体积不大于 1 立方厘米”指派的概率是 $1/8$ 。事实上, 上述两个命题表达的含义完全相同, 因此应被视为同一命题的不同描述。但是, 凭借对无差别原则的使用, 主体却为同一命题指派了不同的概率, 进而导致悖论的产

生。总之,对命题集的不同描述会导致不同的结果,这意味着,运用无差别原则限制先验概率将面临着“应当选择何种类型的描述”的问题;显然,这一问题并不存在合适的解决方案,因此,对无差别原则的使用将不可避免地引发悖论。

第二,无差别原则本身包含一定的主观性因素。“无差别原则是相对于一个人的已有知识或理由而言的,不可避免地含有主观的和私人的成分。”([26])通过无差别原则可知,主体之所以得出“自己没有充足的理由偏好命题集中的其中一个命题、而不是其他命题”的结论,是因为主体具备足够的相关知识,也就是说,主体只有具备足够的相关知识,才有合理的理由相信上述结论是正确的,从而为每一个命题指派相等的概率。然而,这种情况的发生只可能是相对于理想的主体而言。对于现实世界的主体来说,无差别原则具有局部性和偶然性的特征;换言之,基于足够的相关知识而形成的合理理由具有主观性,因为足够的相关知识以及合理的理由仅仅是相对于特定的主体而言,而不适用于所有主体。由此可见,无差别原则只有建立在某种主观性因素的基础上才能够得以成立。

第三,无差别原则与贝叶斯确证理论自身的优势相冲突。在现有的确证理论模型中,贝叶斯确证理论是最主要和最流行的一种确证模型。贝叶斯确证理论取得这种支配性地位的原因在于,它不是以定性的方式说明证据和假说之间支持与被支持的关系,而是以精确的数值来刻画证据对假说的支持程度。这种定量的刻画方式所具有的优点之一是允许不同主体对同一假说持有不同的意见,因此允许不同主体为同一假说指派不同的初始先验概率。而无差别原则恰恰与此相反,该原则“试图过多地限制先验概率,从而消除了贝叶斯确证理论最具吸引力的特点之一,即容纳意见多样性的能力。”([21],第103页)

总而言之,对于贝叶斯条件化原则、概率协调原则以及无差别原则的缺陷,贝叶斯主义者无法给出合理的辩护。既然上述客观限制性原则的缺陷无法得到合理的辩护,那么贝叶斯主义者就不可能凭借客观限制性原则实现以下目标,即最大限度消除个人先验概率的主观性特征、进而成功地解决贝叶斯确证理论的主观性问题。

4 基于贝叶斯收敛定理的论证进路

一些非完全私人主义者认识到,仅仅遵循上文提到的客观限制性条件,无法消除批评者的以下质疑,即先验概率的主观性与科学实践所追求的客观性相冲突。为了论证先验概率的主观性并不会使科学缺乏客观性,非完全私人主义者诉诸于贝叶斯收敛定理(Bayesian Convergence Theorem, [2, 4, 7]; [17],第46–50页)。

4.1 贝叶斯收敛定理的基本原理

贝叶斯收敛定理源于非完全私人主义者的以下观点，即，在科学实践中，科学家从不同的观点出发为假说指派不同的先验概率是无法改变的事实，推翻该事实意味着忽视科学客观性的本质；（[5]，第141页）而科学客观性的本质则是：“只有从广泛的初始意见中形成了非常明确的科学共识时，谈论‘科学客观性’才是有意义的。”（[19]）

贝叶斯收敛定理的基本原理如下：在科学实践中，从短期来看，由于不同主体为同一假说指派不同的初始先验概率，因此初始先验概率之间的差异会导致不同主体对同一假说持有不同的后验概率；这意味着，主体在获得一项证据后，必然对“该证据是否确证某一特定假说”或“该证据对某一特定假说的确证度是多少”的问题产生分歧。但从长期来看，随着获得的证据数量无穷增长，不同主体在初始先验概率上的差异对该假说的后验概率所产生的影响将会变得越来越小、并且不同主体对该假说的后验概率将会变得越来越接近；随着时间的推移，不同主体最终将在极限内就假说的后验概率达成一致，从而对“证据是否确证假说”或“证据对假说的确证度是多少”的问题产生共识。

该定理旨在表明，尽管主体的初始先验概率具有主观性，但主体只要遵循上文的客观限制性条件来更新自己的先验概率，那么主体在先验概率上的特殊差异将随着证据的累积而逐渐被“冲刷”（washing out），从而使主体对假说的后验概率变得更加客观；也就是说，随着证据的不断增加，主体在先验概率上的差异对主体的意见所产生的影响将变得越来越小，足够多的证据必然导致主体的意见趋于一致。非完全私人主义者据此断言，从长期来看，先验概率的差异将会变得不重要，不同主体对真实假说的后验概率都将收敛于1，从而达成科学共识并实现科学客观性。

在非完全私人主义看来，证据的累积促使不同主体的科学意见趋于一致，这一事实本身就体现了科学客观性的理念，从这一意义上讲，先验概率的主观性不会对科学客观性产生消极的影响。

4.2 萨维奇对贝叶斯收敛定理的论证

为了更深入地理解贝叶斯收敛定理的基本原理，下文将探讨主观贝叶斯主义者萨维奇（L. J. Savage）为贝叶斯收敛定理提供的经典论证。萨维奇的论证是建立在弱大数定律（weak laws of large numbers）⁴的基础上。为了更直观地呈现萨

⁴弱大数定律：当随机变量序列的长度为无穷大时，这些随机变量的平均值逼近定值的概率将趋于1。具体言之，设 $X_1, X_2, \dots$ 是相互独立、服从同一分布的随机变量序列，且数学期望 $\mathbb{E}(X_k) = \mu$ ($k = 1, 2, \dots$)；对于任意 $\epsilon > 0$ ，有

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left(\left| \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k - \mu \right| < \epsilon \right) = 1.$$

维奇的论证与贝叶斯确证理论的密切联系, 在对萨维奇的论证进行阐述的过程中, 本文不考虑使用萨维奇的原初术语, 而是采用现代贝叶斯确证理论的术语, 这一阐述方式更有利于凸显萨维奇的论证为主观性问题提供的有益启示。

令 $\{H_1, H_2, \dots, H_n, \dots\}$ 表示任意互斥的假说集, H_i 是该假说集的一个划分; B 表示背景知识和辅助假说; E 表示对假说加以评估时所需的证据结果 (即观测结果 / 试验结果); 证据结果是通过观测或试验产生的, 而进行观测或试验则需要相应的试验条件或观测条件, 因此, 令 C 表示对假说加以评估时所需的试验条件或观测条件。同时, 令 $\{C_1, C_2, \dots, C_n, \dots\}$ 是对试验条件或观测条件的描述; $\{E_1, E_2, \dots, E_n, \dots\}$ 是对基于试验条件或观测条件而产生的证据结果所做的描述。相应地, $\{C_1, C_2, \dots, C_n\}$ 是一个子序列, 该子序列表示的是条件序列 $\{C_1, C_2, \dots, C_n, \dots\}$ 的前 n 个条件, 可以记作 C^n ; $\{E_1, E_2, \dots, E_n\}$ 也是一个子序列, 该子序列表示的是可能结果序列 $\{E_1, E_2, \dots, E_n, \dots\}$ 的前 n 个可能结果, 可以记作 E^n , 换言之, E^n 是前 n 个试验或观测 C^n 所导致的所有可能结果序列中的其中一个序列; 而 C^n 的所有可能结果序列组成的集合则可以记作 $\mathcal{E}^n$ 。此外, 需要指出的是, 对于试验序列或观测序列 $\{C_1, C_2, \dots, C_n, \dots\}$ 中的每一个条件 C_k , 都具有一定数量的替代性可能结果, C_k 的所有替代性可能结果可以用集合 $O_k = \{o_{k1}, o_{k2}, \dots, o_{kw}\}$ 来表示。

假设在给定某一假说的情况下, 试验序列或观测序列中的条件及其证据结果在概率上是相互独立的; 也就是说, 假设在给定某一假说的情况下, 试验序列或观测序列中的条件以及证据结果的似然满足以下两个概率独立性 (probabilistic independence) 要求 ([10], 第 375–378 页):

(1) 从试验或观测条件的角度来看, 在给定某一假说 H_i 、背景知识和辅助假说 B 以及试验或观测条件 C^k 的情况下, C^k 的每一个可能结果序列 E^k 独立于新条件 C_{k+1} , 当且仅当 $\Pr(E^k | H_i \wedge B \wedge C^k \wedge C_{k+1}) = \Pr(E^k | H_i \wedge B \wedge C^k)$ 。这种概率独立性又被称为条件独立性 (Condition-independence)。条件独立性表明, 如果仅增加一个新的试验或观测条件 C_{k+1} 、但没有明确描述该条件的可能结果, 那么可能结果序列 E^k 的似然不会因增加了一个新的试验或观测条件而发生任何改变。

(2) 从证据结果的角度来看, 在给定某一假说 H_i 、背景知识和辅助假说 B 以及某一新试验或观测条件 C_{k+1} 的情况下, C_{k+1} 的每一个可能结果 E_{k+1} 独立于过去的试验或观测条件及其结果组成的序列 $(C^k \cdot E^k)$, 当且仅当 $\Pr[E_{k+1} | H_i \wedge B \wedge C_{k+1} \wedge (C^k \cdot E^k)] = \Pr[E_{k+1} | H_i \wedge B \wedge C_{k+1}]$ 。这种概率独立性也可以被称为结果独立性 (Result-independence)。结果独立性表明, 新试验或观测条件的结果所拥有的似然不会受到过去的试验或观测条件及其结果的影响。

如果在给定某一假说的情况下, 试验序列或观测序列中的条件以及证据结果的似然满足上述两个概率独立性要求, 则可以推导出以下结论, 即某一可能结果

序列 E^n 的似然必定等于该序列的单个可能结果 E_k 的似然之积, 也就是说,

$$\Pr[E^n|H_i \cdot B \cdot C^n] = \prod_{k=1}^n \Pr[E_k|H_i \cdot B \cdot C_k] \quad (1)$$

将公式 (1) 与贝叶斯定理相结合, 可以推导出以下两个公式, 即

$$\begin{aligned} \Pr[H_i|B \cdot C^n \cdot E^n] &= \frac{\Pr[E^n|H_i \cdot B \cdot C^n] \times \Pr[H_i|B]}{\Pr[E^n|B \cdot C^n]} \\ &= \frac{\Pr[H_i|B]}{\Pr[E^n|B \cdot C^n]} \times \prod_{k=1}^n \Pr[E_k|H_i \cdot B \cdot C_k] \end{aligned} \quad (2)$$

和

$$\Pr[E^n|B \cdot C^n] = \sum_i \Pr[H_i|B] \prod_{k=1}^n \Pr[E_k|H_i \cdot B \cdot C_k] \quad (3)$$

在萨维奇看来, 为了评估证据支持或不支持哪些假说, 可以采用以下方法, 即比较竞争假说的后验概率。对于竞争假说 H_i 和 H_j , 在获得证据 E^n 之后, 两者的后验概率之比可以表示为

$$\frac{\Pr[H_j|B \cdot C^n \cdot E^n]}{\Pr[H_i|B \cdot C^n \cdot E^n]} = \frac{\Pr[H_j|B]}{\Pr[H_i|B]} \times \prod_{k=1}^n \frac{\Pr[E_k|H_j \cdot B \cdot C_k]}{\Pr[E_k|H_i \cdot B \cdot C_k]} \quad (4)$$

根据贝叶斯定理的似然比版本⁵可知, 如果随着证据的累积, 似然比 $\prod_{k=1}^n \Pr[E_k|H_j \cdot B \cdot C_k]/\Pr[E_k|H_i \cdot B \cdot C_k]$ 接近于 0, 那么, H_j 的后验概率 $\Pr[H_j|B \cdot C^n \cdot E^n]$ 也会接近于 0, 而 H_i 的后验概率 $\Pr[H_i|B \cdot C^n \cdot E^n]$ 则接近于 1。由此可知, 假说 H_j 被证据 E^n 反驳, 从而被主体从所考虑的假说中排除掉。正因如此, 在萨维奇看来, 对科学假说的认知评估本质上可以归结为对证据的似然比进行评估。

在对证据的似然比进行评估的过程中, 关键是要回答以下问题, 即, 如果为证据的似然比预先指派一个数值, 而该数值正好反映了世界的真实状态, 那么, “证据的似然比小于该数值” 的概率有多大? 换句话说, 假设 “假说 H_i 为真, 而 H_j 为假”, 并且, 当证据的似然比小于预先任意指派的数值 ϵ ($\epsilon > 0$) 时, 虚假假说 H_j 被反驳, 那么, “证据的似然比小于预先任意指派的数值 ϵ ” 这一情况出现的概率有多大? 根据萨维奇的论证可知, 随着证据的累积, 该概率将接近于 1。

⁵在贝叶斯定理的似然比版本中, 证据 E 的概率值不会影响到假说的评估, 而 E 在区分竞争假说时的影响完全由似然比刻画。贝叶斯定理的似然比版本规定, 对于主体所考虑的两个竞争假说 H_i 和 H_j , H_i 相对于 E 的后验概率与 H_j 相对于 E 的后验概率之比可表示为

$$\frac{\Pr(H_i|E)}{\Pr(H_j|E)} = \frac{\Pr(E|H_i)}{\Pr(E|H_j)} \times \frac{\Pr(H_i)}{\Pr(H_j)}.$$

该版本进一步规定, 如果随着证据的累积, 似然比 $\frac{\Pr(E|H_i)}{\Pr(E|H_j)}$ 接近于 0, 那么 H_i 的后验概率 $\Pr(H_i|E)$ 也会接近于 0, 而 H_j 的后验概率 $\Pr(H_j|E)$ 则接近于 1; 换言之, 假说 H_i 被证据 E 反驳。这意味着, 在合理的条件下, 证据的累积将导致虚假假说接近于被反驳 (概率接近于 0), 并导致真实替代假说具有极高的确证度 (概率接近于 1)。

具体言之, 对于由 n 个试验或观测组成的序列 C^n , 以及由 n 个试验或观测所导致的所有可能结果序列中的其中一个序列 E^n ,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \Pr\left[\bigvee \left\{ E^n : \frac{\Pr[E^n | H_j \cdot B \cdot C^n]}{\Pr[E^n | H_i \cdot B \cdot C^n]} < \varepsilon \right\} \mid H_i \cdot B \cdot C^n\right] = 1 \quad (\varepsilon > 0) \quad (5)$$

公式 (5) 成立的前提条件是, $\Pr[H_i | B \cdot C^n \cdot E^n] \neq 0$ 且 $\Pr[E^n | H_j \cdot B \cdot C^n] \neq \Pr[E^n | H_i \cdot B \cdot C^n]$ 。在公式 (5) 中, “ $E^n : \Pr[E^n | H_j \cdot B \cdot C^n] / \Pr[E^n | H_i \cdot B \cdot C^n] < \varepsilon$ ” 表示的是 “试验或观测序列 C^n 的其中一个可能结果序列 E^n 使得似然比小于 ε ”, “ $\bigvee \{ E^n : \Pr[E^n | H_j \cdot B \cdot C^n] / \Pr[E^n | H_i \cdot B \cdot C^n] < \varepsilon \}$ ” 表示的是 “在试验或观测序列 C^n 所导致的所有可能结果序列中, 其中一个结果序列将会出现, 从而使得似然比小于 ε ”。相应地, 公式 (5) 意味着, 在假说 H_i 为真的情况下, 随着证据数量 n 的增加, 由 n 个试验或观测所导致的所有可能结果序列中的其中一个序列 E^n 极有可能出现, 从而使得 $\Pr[E^n | H_j \cdot B \cdot C^n] / \Pr[E^n | H_i \cdot B \cdot C^n]$ 的值小于预先指派的数值 ε , 这一情况发生的概率随着 n 的增长而接近于 1, 并由此导致虚假竞争假说 H_j 的后验概率接近于 0, 进而被反驳。([17], 第 48 页; [10], 第 374 页)

对于公式 (5) 的合理性, 应该如何证明? 根据萨维奇的论证可知, 为了证明公式 (5) 的合理性, 需要分两种情况来进一步阐述公式 (5)。

第一种情况是, 当假说 H_i 为真且 H_j 为假时, 证据结果序列包含了能够否定虚假竞争假说 H_j 的可能结果; 也就是说, 随着证据的不断累积, 在试验或观测序列 C^n 所导致的所有可能结果序列中, 将会出现一个可能结果序列 E^n , 从而使得 $\Pr[E^n | H_i \cdot B \cdot C^n] \neq 0$ 且 $\Pr[E^n | H_j \cdot B \cdot C^n] = 0$, 即, 将会出现一个在给定假说 H_i 的条件下有可能为真、而在给定假说 H_j 的条件下不可能为真的证据结果序列 E^n 。当这种情况发生时, 证据似然比 $\Pr[E^n | H_j \cdot B \cdot C^n] / \Pr[E^n | H_i \cdot B \cdot C^n]$ 的值将为 0, 因此 H_j 将被反驳。

具体言之, 假设在试验或观测序列 C^n 的一个子序列 C^m 中, 每一个试验或观测 C_k 都具有可能结果 o_{ku} , 使得 $\Pr[o_{ku} | H_j \cdot B \cdot C_k] = 0$, $\Pr[o_{ku} | H_i \cdot B \cdot C_k] \neq 0$, 而这种情况发生的概率至少为 δ ($0 < \delta < 1$), 换句话说, 假设对于 C^m 中的每一个 C_k ,

$$\begin{aligned} & \Pr\left[\bigvee \left\{ o_{ku} : \frac{\Pr[o_{ku} | H_j \cdot B \cdot C_k]}{\Pr[o_{ku} | H_i \cdot B \cdot C_k]} = 0 \right\} \mid H_i \cdot B \cdot C_k\right] = \\ & \Pr\left[\bigvee \left\{ o_{ku} : \Pr[o_{ku} | H_j \cdot B \cdot C_k] = 0 \right\} \mid H_i \cdot B \cdot C_k\right] \geq \delta \end{aligned} \quad (6)$$

($0 < \delta < 1$)

因此,

$$\begin{aligned} & \Pr[\bigvee \{E^n : \frac{\Pr[E^n|H_j \cdot B \cdot C^n]}{\Pr[E^n|H_i \cdot B \cdot C^n]} = 0\} | H_i \cdot B \cdot C^n] = \\ & \Pr[\bigvee \{E^n : \Pr[E^n|H_j \cdot B \cdot C^n] = 0\} | H_i \cdot B \cdot C^n] \geq 1 - (1 - \delta)^m \quad (7) \\ & (0 < \delta < 1) \end{aligned}$$

显然,随着 m 的无穷增长, $\Pr[\bigvee \{E^n : \Pr[E^n|H_j \cdot B \cdot C^n] = 0\} | H_i \cdot B \cdot C^n]$ 的概率值接近于 1. ([17], 第 48 页; [10], 第 379 页) 也就是说,在试验或观测序列 C^n 中,当具有可能结果 o_{ku} 、且使得 $\Pr[\bigvee \{o_{ku} : \Pr[o_{ku}|H_j \cdot B \cdot C_k] = 0\} | H_i \cdot B \cdot C_k] \geq \delta$ 的这一类试验或观测的数量 m 无穷增长时, $\Pr[\bigvee \{E^n : \Pr[E^n|H_j \cdot B \cdot C^n] = 0\} | H_i \cdot B \cdot C^n]$ 的概率值接近于 1. 这种情况的发生意味着,证据似然比 $\Pr[E^n|H_j \cdot B \cdot C^n] / \Pr[E^n|H_i \cdot B \cdot C^n]$ 的值将为 0, 因此 H_j 将被反驳。

第二种情况是,当假说 H_i 为真且 H_j 为假时,证据结果序列不包含能够否定虚假竞争假说 H_j 的可能结果,即,虚假竞争假说 H_j 为证据结果序列的可能结果指派的似然不等于 0. 换句话说,对于试验或观测序列 C^n 所导致的可能结果序列 E^n , $\Pr[E^n|H_j \cdot B \cdot C^n] \neq 0$ 且 $\Pr[E^n|H_i \cdot B \cdot C^n] \neq 0$. 在这种情况下,不仅真实假说 H_i 可以为 E^n 指派非零的似然,而且虚假竞争假说 H_j 也可以为 E^n 指派非零的似然。

在面对第二种情况时,应当如何论证公式 (5) 的合理性? 回答这一问题的关键在于,对假说 H_i 和 H_j 在经验上的差异程度做出刻画。为此,需要引入“信息质量”(the Quality of the Information, QI)、“期望信息质量”(the Expected Quality of the Information, EQI) 和“平均期望信息质量”(the Average Expected Quality of Information, EQI) 等三个概念。

如上所述,当 $\Pr[E^n|H_j \cdot B \cdot C^n] \neq 0$ 且 $\Pr[E^n|H_i \cdot B \cdot C^n] \neq 0$ 时,需要对 H_i 和 H_j 在经验上的差异程度加以刻画,而这种刻画实质上可归结为对“特定结果序列 E^n 区分假说 H_i 和 H_j 的能力”进行测度,即,测度 E^n 在多大程度上能够区分假说 H_i 和 H_j 。一般而言,可以利用似然比 $\Pr[E^n|H_j \cdot B \cdot C^n] / \Pr[E^n|H_i \cdot B \cdot C^n]$ 来测度这种能力或程度;而利用似然比进行测度的方式则需要借助“信息质量”这一概念来实现。

对于“信息质量”的概念,可以给出如下定义 ([10], 第 380 页): 在给定背景知识和辅助假说 B 的情况下,由某一试验或观测 C_k 的可能结果 o_{ku} 提供的、被用来区分假说 H_i 和 H_j 的信息质量可以表示为:

$$QI[o_{ku}|H_i/H_j|B \cdot C_k] = \log[\Pr[o_{ku}|H_i \cdot B \cdot C_k] / \Pr[o_{ku}|H_j \cdot B \cdot C_k]] \quad (8)$$

相应地,在给定背景知识和辅助假说 B 的情况下,由某一试验或观测序列 C^n 的

可能结果序列 E^n 提供的、被用来区分假说 H_i 和 H_j 的信息质量可以表示为:

$$QI[E^n|H_i/H_j|B \cdot C^n] = \log [\Pr[E^n|H_i \cdot B \cdot C^n] / \Pr[E^n|H_j \cdot B \cdot C^n]] \quad (9)$$

由于试验或观测序列中的条件以及证据结果的似然满足概率独立性要求, 因此结果序列 E^n 的信息质量也可以表示为该序列中的各个结果的信息质量之和, 即

$$QI[E^n|H_i/H_j|B \cdot C^n] = \sum_{k=1}^n QI[E_k|H_i/H_j|B \cdot C_k] \quad (10)$$

对于某一证据结果 o_{ku} , 当 $QI[o_{ku}|H_i/H_j|B \cdot C_k]$ 的值大于 0 时, o_{ku} 对 H_i 的支持胜过 H_j ; 当 $QI[o_{ku}|H_i/H_j|B \cdot C_k]$ 的值小于 0 时, o_{ku} 对 H_j 的支持胜过 H_i 。相应地, 对于某一证据结果序列 E^n , 当 $QI[E^n|H_i/H_j|B \cdot C^n]$ 的值大于 0 时, E^n 对 H_i 的支持胜过 H_j ; 当 $QI[E^n|H_i/H_j|B \cdot C^n]$ 的值小于 0 时, E^n 对 H_j 的支持胜过 H_i 。

信息质量的作用在于, 对每一个特定结果或结果序列的证据强度 (evidential strength) 进行测度, 即对每一个特定结果或结果序列在经验上区分不同假说的能力进行测度, 从而了解该结果或结果序列在多大程度上能够区分不同的假说。因此, 信息质量只能测度每一个特定结果或结果序列对假说 H_i 和 H_j 的支持程度或反对程度, 却无法刻画整个试验或观测序列产生这种结果 (即能够区分假说 H_i 和 H_j 的结果) 的倾向 (tendency)。如果想要对整个试验或观测序列的这一倾向进行测度, 则需要借助“期望信息质量”的概念来实现。

对于“期望信息质量”这一概念, 可以给出如下定义 ([10], 第 381 页): 假设 C^k 是试验或观测序列 C^n 的一个子序列, 并且在给定 C^k 的情况下 H_i 和 H_j 在结果上是相容的; 也就是说, 对于子序列 C^k 的每一个可能结果序列 E^k , 如果 $\Pr[E^k|H_i \cdot B \cdot C^k] > 0$, 则 $\Pr[E^k|H_j \cdot B \cdot C^k] > 0$ 。在此基础上, 某一试验或观测 C_k 的期望信息质量可以表示为

$$EQI[C_k|H_i/H_j|B] = \sum_u QI[o_{ku}|H_i/H_j|B \cdot C_k] \times \Pr[o_{ku}|H_i \cdot B \cdot C_k] \quad (11)$$

相应地, 试验或观测序列 C^n 的期望信息质量可以表示为

$$EQI[C^n|H_i/H_j|B] = \sum_{E^n \in \mathcal{E}^n} QI[E^n|H_i/H_j|B \cdot C^n] \times \Pr[E^n|H_i \cdot B \cdot C^n] \quad (12)$$

事实上, 期望信息质量的作用是对试验或观测的可能结果或可能结果序列的期望证据强度 (expected evidential strength) 进行测度, 也就是说, 对试验或观测序列产生区分性可能结果或可能结果序列 (即在假说 H_i 为真的前提下、能够对 H_i 和 H_j 做出区分的可能结果或可能结果序列) 的倾向进行测度。当某一试验或观

测 C_k 的期望信息质量大于 0 时, 则意味着 C_k 会产生至少一个可能结果 o_{ku} , 从而使得 $\Pr[o_{ku}|H_i \cdot B \cdot C_k] \neq \Pr[o_{ku}|H_j \cdot B \cdot C_k]$ 。

由于试验或观测序列中的条件以及证据结果的似然满足概率独立性要求, 因此试验或观测序列 C^n 的期望信息质量也可以表示为该序列中的各个观测的期望信息质量之和, 即

$$\text{EQI}[C^n|H_i/H_j|B] = \sum_{k=1}^n \text{EQI}[C_k|H_i/H_j|B] \quad (13)$$

将公式 (13) 的值除以试验或观测序列 C^n 的观测总数 n , 就可以得到 C^n 的平均期望信息质量。([10], 第 382 页) C^n 的平均期望信息质量可以表示为

$$\underline{\text{EQI}}[C^n|H_i/H_j|B] = \frac{1}{n} \times \sum_{k=1}^n \text{EQI}[C_k|H_i/H_j|B] \quad (14)$$

当试验或观测序列 C^n 的平均期望信息质量大于 0 时, 则意味着至少有一个试验或观测 C_k 会产生至少一个可能结果 o_{ku} , 从而使得 $\Pr[o_{ku}|H_i \cdot B \cdot C_k] \neq \Pr[o_{ku}|H_j \cdot B \cdot C_k]$ 。

运用“平均期望信息质量”的概念, 可以对“在面对第二种情况时, 应当如何论证公式 (5) 的合理性”这一问题给出以下解决方案 ([17], 第 49 页; [10], 第 383 页):

令 $0 < \gamma < 1/e^2$ ($1/e^2 \approx 0.135$)。假设对于试验或观测序列 C^n 中每个观测 C_k 的每个可能结果 o_{ku} , $\Pr[o_{ku}|H_j \cdot B \cdot C_k] / \Pr[o_{ku}|H_i \cdot B \cdot C_k] \geq \gamma$ 或 $\Pr[o_{ku}|H_i \cdot B \cdot C_k] = 0$ 。任意选择一个尽可能接近 0 的数值 ϵ ($0 < \epsilon < 1$), 从而使得 C^n 的平均期望信息质量的值 $\underline{\text{EQI}}[C^n|H_i/H_j|B] > -(\log \epsilon)/n$ 。由此可以推断出:

$$\Pr\left[\bigvee\{E^n : \frac{\Pr[E^n|H_j \cdot B \cdot C^n]}{\Pr[E^n|H_i \cdot B \cdot C^n]} < \epsilon\} | H_i \cdot B \cdot C^n\right] > 1 - \frac{1}{n} \times \frac{(\log \gamma)^2}{(\underline{\text{EQI}}[C^n|H_i/H_j|B] + (\log \epsilon)/n)^2} \quad (15)$$

当 $\underline{\text{EQI}}[C^n|H_i/H_j|B] > 0$ 时, 随着证据的不断累积 (即随着证据数量 n 的无穷增长), 由 n 个试验或观测所导致的所有可能结果序列中的其中一个序列 E^n 极有可能出现, 从而使得 $\Pr[E^n|H_j \cdot B \cdot C^n] / \Pr[E^n|H_i \cdot B \cdot C^n]$ 的值小于预先指派的数值 ϵ , 这一情况发生的概率随着 n 的增长而接近于 1, 并由此导致虚假竞争假说 H_j 的后验概率接近于 0, 进而被反驳。

总而言之, 通过萨维奇的上述论证可知, 随着证据的不断累积, 真实假说的确证度将会趋于 1、虚假假说的确证度将会趋于 0, 并且这种情况发生的概率会随着证据的不断累积而接近于 1。因此, 尽管从短期来看, 不同主体对真实假说和虚假假说的确证度会产生分歧, 但是从长期来看, 这些分歧将随着证据的累积而逐渐被“冲刷”, 不同主体将会就真实假说和虚假假说的确证度达成共识。

4.3 贝叶斯收敛定理的哲学省思

贝叶斯主义者尝试借助贝叶斯收敛定理来消除贝叶斯确证理论的主观性因素、进而论证先验概率的主观性不会与科学实践所追求的客观性相冲突。然而, 这一论证进路存在自身无法解决的难题, 即该进路无法克服贝叶斯收敛定理的缺陷。具体言之, 贝叶斯收敛定理的缺陷可以归结为以下几点:

第一, 贝叶斯收敛定理是建立在概率独立性假设(即概率独立性要求)的基础上, 但在科学假说检验的大多数真实案例中, 概率独立性假设几乎难以得到满足。根据概率独立性假设可知, 证据序列应当被视为独立同分布事件的序列; 然而, 在科学实践中, 情况恰恰与概率独立性假设所规定的要求相反: “科学实验往往是根据已经获得的实验证据刻意设计的”, 因此科学家“不会对同一科学假说进行大量的独立检验, 科学假说本身往往需要根据证据进行修改, 在此基础上, 科学家需要根据先前的证据结果为由此得到的新假说(即修改后的假说)设计新的检验”。([11], 第 78 页)由此可见, 就科学家在科学假说检验过程中所获得的各种证据而言, 这些证据出现的先后顺序将对科学假说检验产生重要影响; 也就是说, 在证据序列中, 证据出现的先后顺序对科学假说检验至关重要。显然, 这一事实表明, 概率独立性假设并不符合科学假说检验的实际情况。

第二, 贝叶斯收敛定理规定, 主体在先验概率上的特殊差异将随着证据的累积而逐渐被“冲刷”, 从而使主体对假说的后验概率变得更加客观; 从长期来看, 先验概率的差异将会变得不重要, 不同主体对真实假说的后验概率都将收敛于 1。然而, 这种收敛可能需要很长时间。也就是说, 贝叶斯收敛定理只适用于长期情况, 而当它被应用于中短期情况时, 先验概率的主观性因素无法得到消除。原因在于, 贝叶斯收敛定理仅仅“做出了纯渐近的断言(purely asymptotic claims), 其不适用于我们在实践中遇到的中小型数据集”。([20], 第 291–292 页)进一步言之, 贝叶斯收敛定理表明, 只有当足够多的证据被获得时, 不同主体才可以就真实假说的后验概率达成一致; 然而, 获得足够多的证据需要花费足够长的时间, 这种“足够长的时间”既可以指横跨科学家整个生命历程的时间段, 也可以指横跨整个人类历史进程的时间段。显然, 在科学实践中, 鉴于时间的限制, 科学家只能获得有穷的数据(即证据)。根据贝叶斯收敛定理可以推断出, 既然科学共同体只能获得有穷的新证据, 那么科学家们就无法对真实假说的后验概率达成共识。由此可见, 贝叶斯收敛定理并不能有效地解决主观性问题。

第三, 贝叶斯收敛定理未能对收敛速度做出估计。正如上文所述, 收敛需要“足够长的时间”, 而科学实践中的主体却无法提前知道“足够长的时间”是多久。这意味着, 贝叶斯收敛定理既没有对收敛速度加以限制, 也无法对收敛速度做出合理的估计。造成这一现象的原因在于, “除了不同的贝叶斯主义主体会为收敛速度给出不同的估计之外, 还有可能并不存在可以获得这种估计的有效方法。”([5],

第148–149页)

第四, 贝叶斯收敛定理只适用于以下类型的假说, 即不同主体就该假说的先验概率达成显著的共识。贝叶斯收敛定理蕴涵着一个预设, 即主体的信念度与其所处的现实世界相匹配, “贝叶斯规则仅要求更新后的信念度与他们初始的、最初假设的信念度相匹配; 但原则上, 这些初始信念度可能会像其他任何信念度一样被主体的主观性因素所‘污染’。”([18], 第48页) 因此, 主体很可能基于自己的先验偏见 (prior bias) 为真实假说指派很低的初始先验概率, 而为虚假假说指派很高的初始先验概率; 甚至为真实假说指派的初始先验概率为0。而这种对真实假说的强烈偏见并不会随着证据的不断累积而被消除掉。当这一情况发生时, 主体永远不可能根据贝叶斯收敛定理而最终收敛到真 (convergence on the truth), 因此存在分歧的不同主体不可能就真实假说的后验概率取得最终的共识。

第五, 在贝叶斯确证理论文献中, 对贝叶斯收敛定理的论证有两种形式, 第一种论证假设“运用在条件化中的主观似然 (即假说指派给证据的似然) 是根据概率协调原则来确立的, 因而等值于客观似然, 并且收敛发生的客观概率也很高”; 第二种论证认为“主观似然无法被客观地限制, 因此不同科学家的主观似然可以是不同的”。([21], 第84页) 就第二种论证而言, 如果不同主体的主观似然不一致, 那么极有可能出现上文第四点描述的情况, 即无法最终收敛到真; 进一步言之, 当主体对真实假说的先验概率受到主观偏见的强烈影响时, 即使不同主体获得了共同的证据, 他们也会对共同证据做出不同的理解, 进而无法就证据的主观似然达成一致, 并导致收敛不太可能发生。为了避免这一情况出现, 贝叶斯主义者认为, 需要施加进一步的限制性条件, 即当两个主体对真实假说持有非常不同的初始先验概率时, 他们必须就证据的主观似然达成一致。这也就是第一种论证所持的观点。问题在于, “我们为什么要期待似然的一致呢? 为什么两个在许多事情上存在巨大分歧的主体对于所有可能证据都有相同的似然呢? 为什么他们的分歧不会影响他们对可能观测相关性 (relevance of possible observations) 的看法呢?” ([8], 第157页) 在科学实践中, 不同主体对证据的主观似然有可能达成一致, 但也有可能无法达成一致。显然, 这一事实与贝叶斯收敛定理的规定相矛盾。

面对贝叶斯收敛定理的上述缺陷, 贝叶斯主义者无法提出具有说服力的解决方案, 这也就意味着, 贝叶斯主义者试图凭借贝叶斯收敛定理来消除主观性因素的做法难以取得令人满意的效果。因此, 贝叶斯主义者不可能凭借贝叶斯收敛定理成功地解决贝叶斯确证理论的主观性问题。

5 结语

通过上文的分析, 我们认为, 贝叶斯确证理论在评估先验概率时所采用的方式导致该理论具有一定的主观性特征, 而该特征与科学共同体追求的“科学客观

性”存在矛盾之处,并由此引发了贝叶斯确证理论的主观性问题。我们认为,尽管贝叶斯主义者从不同角度论证了贝叶斯确证理论的主观性问题如何得以解决的可能性,但没有一种完美的解决方案可以彻底消解该问题。相反,每一种解决方案都不具有全局性,它们本质上是一些具体性和局部性的技术策略。出现这一局面的原因在于,贝叶斯确证理论的主观性问题极具复杂性,贝叶斯主义者往往只能就主观性问题的某一个方面或多个方面进行论证,但无法兼顾主观性问题的各个方面。因此,这些方案可以在一定程度上缓解批评者对主观性问题的诘难,但不可能令批评者完全信服。尽管如此,但这并非是贝叶斯主义者的初衷。事实上,贝叶斯主义者始终未停止对主观性问题的全局性思考、为提出一种完全令人满意的解决方案而努力,只是这种努力屡屡受挫,从而不得不转向以主观性问题的某一个方面或某几个方面为切入点来论证这一问题。然而,正是由于贝叶斯主义者从各个不同的方面来阐述主观性问题的解决方案,才使得贝叶斯确证理论的体系不断扩大、其内涵不断丰富。不可否认的是,恰恰是这些不同的局部性解决方案组合在一起,共同将主观性问题的最终解决向前推进了一大步。

参考文献

- [1] T. Bayes, 1958, “An essay towards solving a problem in the doctrine of chances”, *Biometrika*, **45**: 293–313.
- [2] D. Blackwell and L. Dubins, 1962, “Merging of opinions with increasing information”, *The Annals of Mathematical Statistics*, **33**(3): 882–886.
- [3] C. David and D. G. Mayo, 2010, “Objectivity and conditionality in frequentist inference”, in D. G. Mayo and A. Spanos(eds.), *Error and Inference: Recent Exchanges on Experimental Reasoning, Reliability and the Objectivity and Rationality of Science*, Cambridge: Cambridge University Press.
- [4] J. L. Doob, 1971, “What is a martingale”, *The American Mathematical Monthly*, **78**(5): 451–463.
- [5] J. Earman, 1992, *Bayes or Bust: A Critical Examination of Confirmation Theory*, MA: MIT Press.
- [6] B. C. van Fraassen, 1989, *Laws and Symmetry*, Oxford: Oxford University Press.
- [7] H. Gaifman and M. Snir, 1982, “Probabilities over rich languages, testing and randomness”, *The Journal of Symbolic Logic*, **47**(3): 495–548.
- [8] P. Godfrey-Smith, 2003, *Theory and Reality: An Introduction to the Philosophy of Science*, Chicago: The University of Chicago Press.
- [9] A. Hájek and J. M. Joyce, 2008, “Confirmation”, in S. Psillos and M. Curd(eds.), *The Routledge Companion to Philosophy of Science*, London: Routledge.
- [10] J. Hawthorne, 2011, “Confirmation theory”, in P. S. Bandyopadhyay and M. R. Forster(eds.), *Handbook of the Philosophy of Science*, **Vol. 7**, Amsterdam: North Holland.

- [11] M. Hesse, 1975, "Bayesian methods and the initial probabilities of theories", in G. Maxwell and R. M. Anderson(eds.), *Induction, Probability, and Confirmation*, Minneapolis: University of Minnesota Press.
- [12] C. Howson, 2008, "Bayesianism", in S. Psillos and M. Curd(eds.), *The Routledge Companion to Philosophy of Science*, London: Routledge.
- [13] P. S. Laplace, 1995, *Philosophical Essay on Probabilities*, New York: Springer.
- [14] H. Leitgeb and R. Pettigrew, 2010, "An objective justification of Bayesianism II: The consequences of minimizing inaccuracy", *Philosophy of Science*, **77(2)**: 236–272.
- [15] D. Lewis, 1980, "A subjectivist's guide to objective chance", in R. C. Jeffrey(ed.), *Studies in Inductive Logic and Probability*, **Vol. 2**, Berkeley: University of California Press.
- [16] J. Reiss and J. Sprenger, 2020, "Scientific objectivity", *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, <https://plato.stanford.edu/archives/win2020/entries/scientific-objectivity/>.
- [17] L. J. Savage, 1972, *The Foundations of Statistics*, New York: Dover.
- [18] J. N. Schupbach, 2022, *Bayesian and Scientific Reasoning*, Cambridge: Cambridge University Press.
- [19] A. F. M. Smith, 1986, "Comment on 'why isn't everyone a Bayesian'", *American Statistician*, **40(1)**: 10.
- [20] J. Sprenger and S. Hartmann, 2019, *Bayesian Philosophy of Science: Variations on a Theme by the Reverend Thomas Bayes*, Oxford: Oxford University Press.
- [21] M. Strevens, 2017, "Notes on Bayesian confirmation theory", Lecture notes, June 2017, <http://www.strevens.org/bct/>.
- [22] W. Talbott, 2008, "Bayesian epistemology", *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, <https://plato.stanford.edu/entries/epistemology-bayesian/>.
- [23] 北京大学哲学系外国哲学史教研室（编译），十六—十八世纪西欧各国哲学，北京：生活·读书·新知三联书店，1958年。
- [24] 陈晓平，“大弃赌定理及其哲学意蕴”，自然辩证法通讯，1997年第2期，第1–9页。
- [25] 陈晓平，贝叶斯方法与科学合理性：对休谟问题的思考，北京：人民出版社，2010年。
- [26] 陈晓平，“事件的独立性和可交换性：评德菲耐蒂的主观主义概率理论”，科学技术哲学研究，2011年第3期，第1–7页。
- [27] 马文俊，熊卫，“旧证据问题：一种动态的消解方案”，逻辑学研究，2011年第2期，第81–92页。
- [28] 任晓明，黄闪闪，“贝叶斯推理的逻辑与认知问题”，浙江大学学报（人文社会科学版），2012年第6期，第106–113页。

（责任编辑：执子）

The Problem of Subjectivity of Bayesian Confirmation Theory

Gang Wang Sheng Li

Abstract

The subjectivity of prior probability leads to the subjectivity of Bayesian confirmation theory. The question of how to provide a reasonable defense for the subjectivity is known as “the problem of subjectivity”. The arguments of the problem of subjectivity based on objective principles of constraint and Bayesian convergence theorem can provide two possible ways to solve the problem. However, due to the defects of objective principles of constraint and Bayesian convergence theorem, each solution is not comprehensive and cannot take into account all aspects of the problem of subjectivity, so it is difficult to completely solve the problem of subjectivity of Bayesian confirmation theory.

Gang Wang	School of Philosophy, Sichuan Normal University Institute of Logic and Information, Sichuan Normal University wanggang1013@163.com
Sheng Li	School of Philosophy, Sichuan Normal University Institute of Logic and Information, Sichuan Normal University lisheng@sicnu.edu.cn