

# Tonk、意义与逻辑

周志荣

**摘要:** Tonk 及其家族成员引起的 Tonk-问题是证明论语义学面临的主要挑战之一。常见的解决问题的做法是通过修改或禁止特定的后承关系来阻止由 tonk 等异常词项导致扩张系统平凡化。这种解决方案并不恰当, 它混淆了词项的意义问题和逻辑性问题以及对词项的有意义性和逻辑性的不同要求。Tonk-问题同时包含这两个问题, 它们分别对应于一致性和协调性两个要求。Tonk 及其家族成员因未能满足一致性要求而没有意义, 因不满足协调性要求而不是逻辑的词项。

**关键词:** 逻辑词项; 证明论语义学; 意义; 协调性; 一致性

**中图分类号:** B81

**文献标识码:** A

关于逻辑词项, 我们可以追问两个问题: (1) 什么是逻辑词项 (logical terms)? (2) 一个逻辑词项的意义是什么? 证明论语义学试图对这两个问题同时做出回答, 它采纳了根岑 (G. Gentzen) 的主张: 一个逻辑词项的意义被看作是由支配其使用的引入规则来定义的, 而相应的消去规则是对该意义的应用。但是将这两个方面的问题混在一起也有弊端, 那就是处理 tonk 这样的异常词项带来的问题时, 人们难以准确把握问题的实质, 因而给出的解决方案就难以令人满意。Tonk 是由普莱尔 (A. N. Prior) 于 1960 年提出的。([10]) 后来, 旺辛 (H. Wansing) 仿照这个词项又提出另外一些异常词项 ([18]), 从而构成了 “Tonk-家族”。如果将这类异常词项的引入和消去规则添加到一个通常的演绎系统中, 就会导致扩张系统平凡化。这就是 “Tonk-问题”, 它对关于逻辑词项的证明论语义学研究构成了严峻的挑战。对 Tonk-问题的常见解答是通过修改或禁止特定的后承关系来阻止系统的平凡化。但是这种解答并未触及 “Tonk-问题” 的实质。<sup>1</sup>由 “Tonk-问题” 引发的

收稿日期: 2023-12-21

作者信息: 周志荣 中南财经政法大学哲学院  
zhouzhirong50@126.com

基金项目: 国家社会科学基金重大项目 “逻辑词汇的历史演进与哲学问题研究” (20&ZD046)。

<sup>1</sup>我在《逻辑常项与保守性: 以 Tonk 为例》一文中论证过即使在禁止传递性推导的演绎系统中, 如果以保守性和唯一性作为协调性的标准 ( $H_{UC}$ ) 和基于 “不多不少” 的直观概念的协调性标准 ( $H_{ML}$ ), tonk 仍然不是合法的逻辑词项。具体论证参见 [23]。仅仅从 tonk 出发, 针对由之产生的问题提出 “一种” 解答方案或许可以解决 “这一个” 问题, 但是不足以解决 Tonk-家族其他成员带来的问题, 也不足以令我们对词项的逻辑性与意义问题作更为普遍的研究。更何况, 后文将指出这 “一种” 解决方案本身还存在着诸多问题。在更为普遍的意义考察 Tonk-问题, 对常见的异常词项的非逻辑性和无意义性做出合理的说明, 这恰恰是本文的立意所在。

深层思考实际上包含了两个方面：(1) 使用规则是否足以刻画一个词项的逻辑性？以及 (2) 使用规则是否足以刻画一个词项的意义？常见的解答将 Tonk-问题与词项所在的演绎背景联系起来，混淆了词项的意义问题和逻辑性问题以及对词项的有意义性和逻辑性的不同要求。本文认为：Tonk-问题产生的根源并不在于演绎背景，而在于一个词项的使用规则并未满足特定的要求。本文将分析一致性要求与协调性要求之间的关系，并进一步澄清词项的意义问题与逻辑性问题的区别，从而明确它们所对应的要求。最后，本文得出的结论是：tonk 及其家族成员因未能满足一致性要求而没有意义，因不满足协调性要求而不是逻辑的词项。

## 1 Tonk 与 Tonk-家族

证明论语义学对逻辑词项的语义刻画受到的最严峻的挑战就来自于 tonk 及与其类似的异常词项。Tonk 由如下规则支配：([10], 第 38–39 页)

$$\frac{A}{A \text{ tonk } B} \quad (\text{tonk-}I) \qquad \frac{A \text{ tonk } B}{B} \quad (\text{tonk-}E)$$

我们可以将 tonk 的推导规则看作是通过修改合取的引入规则或析取的消去规则得到的。借助这一对规则的连续使用，我们可以得到下列推导： $A \vdash B$ ，其中 A、B 都是任意命题。当 tonk 的规则被添加到一个通常的推导系统中时，该系统语言中的任意命题都可以推导出另外一个任意的命题。Tonk-规则的应用使得扩张系统平凡化了。

通常，人们将 Tonk-问题的产生归因于被扩张系统包含传递性的后承关系。旺辛将 Tonk-问题置于更普遍的演绎背景下来考虑其产生的影响，他讨论了七种非平凡化的逻辑系统或七种非平凡化的后承关系： $(\mathcal{G})$  最普遍的后承关系、 $(\mathcal{F})$  前进式的后承关系、 $(\mathcal{B})$  后退式的后承关系、 $(\mathcal{C})$  融贯性的后承关系、 $(\mathcal{R})$  自反性的后承关系、 $(\mathcal{T})$  传递性的后承关系、 $(\mathcal{Q})$  准有序性的后承关系。([18], 第 656–657 页) 旺辛认为 tonk 会造成  $\mathcal{T}$ -逻辑和  $\mathcal{Q}$ -逻辑的扩张系统平凡化，但它对其他逻辑系统而言是安全的，因为其他逻辑系统都不允许传递性的推导。他另外提出了四个 0 元算子（即  $\text{tonk}>$ 、 $<\text{tonk}$ 、 $<\text{tonk}>$  和  $\text{super-tonk}$ ），并指出：针对特定的后承关系的演绎系统，添加这些词项的规则可以造成相应的扩张系统平凡化：(1)  $\text{tonk}>$  是使  $\mathcal{F}$ -逻辑平凡化的词项；(2)  $<\text{tonk}$  是使  $\mathcal{B}$ -逻辑平凡化的词项；(3)  $<\text{tonk}>$  是使  $\mathcal{C}$ -逻辑平凡化的词项；(4)  $\text{super-tonk}$  是使  $\mathcal{G}$ -逻辑平凡化的词项。这里仅以  $\text{super-tonk}$  为例（后文还会谈到它）：

在  $\mathcal{G}$ -逻辑的  $\text{super-tonk}$ -扩张中，至少存在两个命题是具有后承关系的，由此就可以从任意命题 A 借助  $\text{super-tonk}$  的引入规则推导出  $\text{super-tonk}$ ，由于这是从 A 推导出来的，再根据相应的消去规则就可以推导出任意命题 B。于是，该扩张

$$\frac{\begin{array}{c} [C] \\ \vdots \\ D, \quad A \\ \hline \text{super-tonk} \end{array} \quad (\text{super-tonk}I)}{\text{super-tonk}} \quad \frac{\begin{array}{c} A \\ \vdots \\ B \\ \hline \text{super-tonk} \end{array} \quad (\text{super-tonk}E)}{\text{super-tonk}}$$

系统被平凡化。类似地，我们很容易就可以给出令  $\mathcal{R}$ -逻辑平凡化的词项的引入和消去规则（旺辛没有给出它们）： $([C] \Rightarrow C), A \vdash \text{tonk}_{\mathcal{R}} (\text{tonk}_{\mathcal{R}}I); A \Rightarrow \text{tonk}_{\mathcal{R}} \vdash B (\text{tonk}_{\mathcal{R}}E)$ 。<sup>2</sup>借助引入规则就可以推出  $\text{tonk}_{\mathcal{R}}$ ，由于这个结果是从  $A$  推导出来的，因而由此可进一步推导出任意命题  $B$ 。这意味着， $\text{tonk}_{\mathcal{R}}$  的引入和消去规则的应用能够使得相应的  $\mathcal{Q}$ -扩张系统或  $\mathcal{R}$ -扩张系统平凡化，因为这两个扩张系统都允许自反性的推导。

上述这类异常词项的推导规则具有相似的构造模式：词项的引入规则的前提要满足相应的演绎系统的推导性质，以便使得在该系统的扩张中能够推出由作为主联结词的命题  $(\delta\Phi)$ ，而其消去规则的目的则是保证：只要被推导出来，就可以由此推出该系统语言中的任意命题。基于这个模式，针对一个系统中的任意性质的后承关系或推导规则  $R$ ，我们都可以构造相应的引入规则和消去规则： $(D \Rightarrow_R C), A \vdash \delta\Phi (\delta I); A \Rightarrow_R \delta\Phi \vdash B (\delta E)$ 。当然，我们也可以将演绎系统中的后承关系的性质作为一个消去规则的前提的构成部分，由此来构造异常词项的推导规则： $A \vdash \delta\Phi (\delta I); (B \Rightarrow_R C), \delta\Phi \vdash B (\delta E)$ 。比如，针对单调性的后承关系（这种关系也可以通过“弱化规则”来表达：如果  $A \vdash C$ ，则  $A, B \vdash C$ ），可以设计一个算子  $\text{tonk}_{\mathcal{W}}$ ，它受以下两个规则支配： $A \vdash A \text{ tonk}_{\mathcal{W}} C (\text{tonk}_{\mathcal{W}}I_1), C \vdash A \text{ tonk}_{\mathcal{W}} C (\text{tonk}_{\mathcal{W}}I_2); (A/C, D) \Rightarrow A \text{ tonk}_{\mathcal{W}} C \vdash B (\text{tonk}_{\mathcal{W}}E)$ 。<sup>3</sup>这个算子的消去规则可以被看成是对经典析取的消去规则的强化。如果将这两个规则添加到一个允许弱化推导的系统，也就产生与  $\text{tonk}$  带来的相似问题（即“Tonk-问题”）。因此，所有如法炮制的词项都可以被视为是 Tonk-家族的成员，它们都会带来相应的扩张系统的平凡化问题，并且问题产生的根源是相似的：借助它们的引入和消去规则，在相应的演绎背景下由任意命题  $A$  出发推导出任意命题  $B$ 。

需要注意的是， $\text{tonk}$  与上述其他异常词项在规则的构造上是有区别的： $\text{tonk}$  的引入和消去规则的构造本身并没有借助后承关系的某种性质（如传递性）。下

<sup>2</sup>在不必要写树形推导的情形下，为书写简便，我们可以将规则以横式的形式来表达，其中逗号将多个并行 (col-lateral) 的前提隔开。斜杠“/”将多个可选 (alternative) 的前提隔开，箭头“ $\Rightarrow$ ”表示前提或结论中的推导，对应于树形形式中的“:”，“ $\vdash$ ”是推导符号，对应于树形形式中的横线，隔开前提和结论。

<sup>3</sup>注意： $D$  在这里是必要的。尽管在没有  $D$  的情况下， $A/C \Rightarrow A \text{ tonk}_{\mathcal{W}} C \vdash B (\text{tonk}_{\mathcal{W}}E^*)$  这个消去规则同样强于相应的引入规则，可以看到，它甚至强于  $\text{tonk}_{\mathcal{W}}E$  这个消去规则。不过，这里的目的是借助推导的单调性来构造一个强消去规则，因为在单调系统中，假设  $A$ （或  $C$ ）能推导出  $A \text{ tonk}_{\mathcal{W}} C$ ，那么  $A$ （或  $C$ ）与  $D$  就能推导出  $A \text{ tonk}_{\mathcal{W}} C$ 。

一节中，我们会看到这种区别在问题的解决方案中也有所体现。不过，由于最终导致平凡化问题的因素既涉及它们的使用规则，也涉及到特定的后承关系，它们仍然可以被归为是一个家族。Tonk-家族成员造成的问题并不单独针对证明论语义学，它还针对任意诉诸于推导规则（或语法方法）来刻画词项的意义的理论（比如推理主义或实用主义的意义理论），因此解决 Tonk-问题无疑是所有这些理论必须承担的任务。接下来我们会看到，尽管目前很多学者试图通过修改后承关系或推导规则来解决 Tonk-问题，但这种做法不过是饮鸩止渴而已。

## 2 Tonk-问题与演绎背景

对 Tonk-问题，大致有两种解答策略：一是否认 Tonk-家族成员是异常的词项，然后通过对其后承关系重新做出定义或者禁止一些推导规则来避免平凡化问题；二是承认 Tonk-家族成员本身是有问题的，于是寻找恰当的要求来排除这些词项。这也是证明论语义学的核心议题之一。先考虑第一种策略。比如要解决 tonk 引起的平凡化问题，就是要禁止由 A 推导出 B，即使 A 可以借助 tonk 引入规则推出 A tonk B 以及后者可以借助 tonk 消去规则推导出 B。既有从模型论语义学的角度也从证明论语义学的角度讨论禁止这种推导的策略。限于篇幅和本文的主旨，这里我们只考虑后一个角度及其问题。<sup>4</sup>

里普利 (D. Ripley) 认为 tonk 是有意义的，他并不将 Tonk-问题看作是 tonk-规则本身的问题，在他看来，把 tonk 排除在合法的逻辑词项之外的做法是“错误的反应”。([14], 第 27 页) 他认为，如果我们将问题归咎于 tonk 本身在意义上是有缺陷的，对 tonk 就不公平，因为这将意味着我们必须首先承认只有满足一定条件的使用规则才能赋予一个符号以意义，而这个要求的合理性需要进一步的证成。在他看来，任何通过矢列演算中的左、右规则引入的词项都是正常的，没有好坏之分，所以 Tonk-问题的产生并不是因为 tonk-规则本身有缺陷，而是因为推导中所使用的结构规则并非都可接受。他结合矢列演算的演绎背景探讨问题的症结，并得出结论说“罪魁祸首”就是 Cut-规则，所以我们应该放弃这个结构性规则。

$$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Theta, A \vdash X}{\Gamma, \Theta \vdash, \Delta, X} \text{ (Cut)}$$

里普利的理由是：这个规则与其他结构性规则不同，它不具有普遍的可接受性。为了说明结构性规则的合理性，里普利先是提出了一种直观的、基于言语行

<sup>4</sup>库克 (R. Cook) 采用四值语义学对 tonk 重新做出语义刻画，即当  $V^*(A) = \{T\}$ 、 $V^*(B) = \{F\}$  时，令  $V^*(A \text{ tonk } B) = \{T, F\}$ ，并且定义了一种非经典的逻辑后承概念，即保不假的后承概念 (Non-falsity Preservation Consequence)。这种逻辑后承概念承认 tonk 的引入和消去规则是有效的，但是  $A \not\vdash B$ 。因此，库克解决问题的关键是禁止后承关系的传递性。([2])

为的逻辑后承概念：如果  $B$  是  $A$  的逻辑后承，则在断定  $A$  的同时否认  $B$  就是不合理的。合乎这种观念的结构规则就是可证成的。按照这个标准，自反性规则 (Reflexivity)、弱化规则 (Weakening) 等规则都具有“完全普遍的可证成性”。而传递性规则 (Transitivity) 或 Cut-规则就不具备这种可证成性 (justifiability)。因为这个规则说的是：当断定  $\Gamma$  且否认  $\Delta$  时否认  $A$  则是不合理的；当断定  $\Theta$  且否认  $X$  时断定  $A$  就是不合理的。然而当断定  $\Gamma$  且  $\Theta$  且否认  $\Delta$  和  $X$  时，已经不合理了，因而无论断定  $A$  还是否认  $A$  都可以。但是里普利指出，最后这一点不成立，因为可能有的命题  $A$  既不能被融贯地断定，也不能被融贯地否认。([13], 第 144 页; [14], 第 30 页) 如果 Cut-规则不能应用或者传递性的推导被禁止，tonk-规则就不会由任意  $A$  推导出任意  $B$ ，平凡化问题似乎就此消除了。

无论里普利禁止 Cut-规则的理由是否充分，这确实是目前处理 Tonk-问题的主要手段。类似地，要解决 Tonk-家族中其他词项引起的平凡化问题，似乎也只需要禁止相应的后承关系即可。这给我们的启示是，为了接受一个异常的词项，我们不得不去修改逻辑的某条原则，让后承关系受到限制，从而阻止那些不想要的结果出现。但是，这种做法解决不了根本的问题：

(I) 这种做法不具有齐一性：每一种特殊的异常词项都需要禁止一种特殊的后承关系，反过来，禁止一种后承关系也只能解决一类特殊的异常词项产生的问题。但即使一个系统没有被这个词项平凡化，也可能被其他词项平凡化。例如，一方面、尽管 Tonk-逻辑禁止了传递性的推导，但  $\mathcal{G}$ -逻辑并没有禁止，tonk 对  $\mathcal{G}$ -逻辑系统的扩张仍然会导致平凡化问题；另一方面、tonk 造成问题需要借助 Cut-规则或传递性的后承关系，而 super-tonk 造成问题并不需要借助这个规则，所以它对禁止传递性推导的系统的扩张仍然可能会产生平凡化问题。再者，尽管里普利言辞凿凿地说 Cut-规则是不可接受的，自反规则、弱化规则是可接受的，但是分别添加  $\text{tonk}_{\mathcal{R}}$ 、 $\text{tonk}_{\mathcal{W}}$  到允许自反推导和弱化推导的系统中同样会造成扩张系统的平凡化。于是，似乎自反规则、弱化规则也应该被禁止，但这时里普利提供的理由显然并不支持我们这么做。

(II) 这种做法会破坏关于意义与逻辑性的常识观念。一个词项的意义是客观的，即使在证明论语义学中，这一点也是成立的，毕竟词项的意义仅仅是由它的引入或消去规则来确定的。例如，如果 tonk 是有意义的，它不应该仅仅相对于非传递的系统而言是有意义的，而相对于传递性的系统而言是无意义的；同样地，一个词项是否是逻辑词项，不应该取决于它所处的演绎背景。如果它是逻辑的词项，它不应该相对于某些演绎系统而言是逻辑的，而相对于另外一些演绎系统而言则是非逻辑的。如果一个词项仅仅相对某个特定的系统而言才是有意义的或是逻辑的，这无疑更难以被接受。

(III) 这种做法不能完全阻止平凡化问题。结合前文提到的 tonk 与 Tonk-家族

中其他成员的区别，可以发现，tonk 与其他家族成员在造成问题的方式上有所不同。如果禁止相应的后承关系，其他异常词项的引入规则或消去规则根本就无法使用，因而问题压根就不会出现。不过，禁止传递性推导并不妨碍 tonk 的引入和消去规则的正常使用。虽然由此可以避免由任意命题 A 进一步直接地推导出任意命题 B，但无法阻止 B 在扩张系统中被“证明”。在一个系统  $S$  的 tonk-扩张系统  $S'$  中，假设 A 是  $S$  的定理，它也是  $S'$  的定理，由于 A tonk B 是借助 tonk 的引入规则得到的，故它就是  $S'$  的定理。同理，B 也是  $S'$  的定理。于是，由任意某个  $S$ -定理可以“证明”扩张系统语言  $\mathcal{L}_{S'}$  下的任意命题，进而“证明”任意的  $\mathcal{L}_S$  的命题。在这种意义上，平凡化问题仍然存在。或者说，平凡化有两种情形，一种是后承关系的平凡化，另外一种是系统的平凡化。禁止传递性的后承关系，只是阻止了前者，而没有阻止后者。

(IV) 如果仅仅禁止某些推导，比如传递性推导，我们似乎缺乏理由去阻止人们禁止其他的推导。要确保所有 Tonk-家族中的成员不造成（系统的或后承关系的）平凡化问题<sup>5</sup>，就需要一种极端的做法，那就是禁止一切后承关系。这么做甚至还能消除其他异常词项导致的问题。但是，这无疑将令逻辑变得毫无用处，逻辑是研究推理的，推理依赖于后承关系。只要存在某种后承关系，就可以构造出相应的异常词项，为 Tonk-家族添加新的成员。然而，在我看来，问题根本不在于禁止何种后承关系，而在于如何鉴别有问题的规则、排除 tonk 这样的异常词项。这就又回到了这个问题上：一个词项的使用规则应该满足何种要求，以便使得该词项是一个有意义的、逻辑的词项？

### 3 一致性与协调性

Tonk-问题之所以对证明论语义学构成严重的挑战，重要原因之一就是如果不能排除这类的异常词项，我们将不得不接受如下结果：有意义的语言（无论形式还是日常的）竟然是包含缺陷的。正如达米特所言：“这里讨论的根本问题是一种语言也就是说整个的语言实践是否能够是有缺陷的。”（[4]，第 214 页）有缺陷的语言实践应该被避免，至少这样的实践不应该被看作与其他没有缺陷的实践一样是有意义的。达米特谈到了语言可能包含的两个缺陷：不一致性与不协调性。严格来说，平凡性问题与不一致性问题并不完全等同。当一个系统允许爆炸原理 ( $\varphi \wedge \neg\varphi \vdash \gamma$ ) 时，系统的不一致性就可以推导出平凡性。但就广义的一致性概念而言，一个系统是一致的，当且仅当至少存在一个该系统语言中的命题，它不是该系统的定理。故在广义概念下，一个系统的不一致性与它的平凡性是等价的。

<sup>5</sup>注意：仅仅禁止爆炸原理也无法阻止 Tonk-逻辑“证明”所有命题，因为只要 tonk 的消去规则可以应用，那就能够推导出任意命题。所以，tonk-规则绕过了“矛盾”，直達了平凡化的结果。

Tonk-家族成员的推导规则会导致在相应的扩张系统中“证明”所有扩张系统语言中的命题，从而造成扩张系统的平凡化（不仅仅是后承关系的平凡化）。在这个意义上，我们说：Tonk-家族成员的推导规则会推导出不一致。在狭义上讲，如果一个系统能够同时推导出任意某个命题和它的否定，就是不一致的。但有些时候，我们必须使用“平凡化”而非“不一致”。当演绎背景为一个原子系统（只包含原子命题和结构性规则）时，如果将 tonk 添加到这个系统，无疑会产生平凡化问题。由于不一致性的表达需要借助否定，而“否定”并不是该（扩张）系统语言中的符号，所以这里就无法表达这个系统的“不一致性”。当然，我们可以假设原子系统的语言都包含了“ $\perp$ ”，如果在一个系统中推导出，则该系统是不一致的。（为方便讨论，以下我们只谈“不一致”，而不再提“平凡化”。）

导致扩张系统不一致的原因也有两种：（1）添加的命题或规则本身就包含了不一致。例如，被添加的是命题  $A \wedge \neg A$  或者是规则  $A \vdash \perp$ （其中  $A$  为原系统语言中的任意命题）。类似地，只要原系统的语言中包含“否定”或者  $\perp$ ，tonk-规则本身就可以产生不一致。（2）添加的命题或规则需要与原系统的定理或规则联合起来产生不一致。例如， $A$  是原系统中的任意定理，我们将  $\neg A$  添加到该系统中就会产生不一致。为便于区别，我们称前一类命题和词项为“绝对不一致”的，后一类命题和词项为“相对不一致”的。后面我们还会提到几个异常词项，它们的规则会造成扩张系统“相对不一致”。在 super-tonk、 $\text{tonk}_{\mathcal{R}}$ 、 $\text{tonk}_{\mathcal{W}}$  等造成的扩张系统中，只有当存在相应的后承关系或结构性规则时，这些词项的引入或消去规则才能被应用，进而推导出不一致，但是鉴于导致不一致的另外一方面因素是构成相应系统的基本规则，我们更倾向于将这些词项看作是“绝对不一致”的。

通过禁止一种后承关系或一些结构性规则使得我们无法再由此进一步推导出任意命题，这不过是解决了平凡化的问题，不一致性问题可能仍然存在。因此，既然我们考虑的是一种语言（词项）是否具有融贯的意义，一个系统是否应该是一致的，那么阻止不一致性问题的产生仅仅依靠阻止系统的平凡化是不够的，我们还需要考虑一致性的要求。

协调性是指一个词项的引入和消去规则之间的均衡关系。这个概念本身并不足够清晰，以至于明确其涵义仍然是证明论语义学的核心议题之一。不过，我们对不协调的情形还是有些基本的认识的。对于任意一个我们直观上认为“正常”的逻辑词项的引入或消去规则中的一个方面进行改动就会导致不协调性的问题。于是就有四种途径可以导致不协调：（[20]，第 205–206 页）

- （1）在保持一个逻辑词项的消去规则不变的前提下增强其引入规则；
- （2）在保持一个逻辑词项的引入规则不变的前提下削弱其消去规则；
- （3）在保持一个逻辑词项的引入规则不变的前提下增强其消去规则；
- （4）在保持一个逻辑词项的消去规则不变的前提下削弱其引入规则。

其中，前两个方法会导致相应的新词项的引入规则强于消去规则，因而借助其引入规则推导出一个以该词项为主联结词的复合命题的东西要比借助其消去规则由该复合命题推导出来的东西要多，通俗地讲，就是“输入多于输出”。而后两个途径显然就会导致“输入少于输出”：相应的新词项的消去规则应用的结果超出了其引入规则应用的前提。相对而言，后者的问题更大，因为“输出少”并不会给一个原来的系统带来什么破坏，可以说，它仍然合乎演绎性的要求，至少不会导致不一致，除非原系统本身就是不一致的；但是“输出多”则与此不同，这意味着推导出了不包含在原有前提中的东西，这不仅违背了演绎性的要求，使得后承关系不再具有必然性或保真性，更是存在着推导出不一致的风险。当然，是否会导致不一致，乃取决于具体的情况，因为“多”与“少”或“强”与“弱”是一个相对性的问题。例如，标准的析取 ( $\vee$ ) 相对于量子析取 ( $\dot{\vee}$ ) 而言就具有较强的消去规则，因为后者限定了消去规则的应用条件：量子析取的消去规则不允许包含并行前提的推导。这就使得量子析取规则的应用无法推导出借助标准析取规则的应用所能推导出来的公式。这体现在：合取分配律在仅仅包含量子析取规则和标准合取规则的系统  $\{\wedge, \dot{\vee}\}$  中失效，因此  $A \wedge (B \dot{\vee} C) \not\vdash (A \wedge B) \dot{\vee} (A \wedge C)$ 。但是，只要在包含量子析取的演绎系统中添加标准析取的引入和消去规则，这条分配律就能在扩张系统  $\{\wedge, \dot{\vee}, \vee\}$  被推导出来。这意味着标准析取会对量子逻辑的推导系统作实质性的扩张。但由于标准析取的引入和消去规则通常被看作是协调的，量子析取的两个规则就不是协调的。

不协调性主要有两种类型，它们分别与引入规则或消去规则的上述两种改变有关：由第 1、2 种变化引起的“弱消去的不协调性”（或者“强引入的不协调性”），它的消去规则相对于引入规则而言“过度抑制 (unduly prohibitive)”；由第 3、4 种变化引起的“强消去的不协调性”（或者“弱引入的不协调性”），它的消去规则相对于引入规则而言“过度放任 (unduly permissible)”。([15]，第 621–622 页) 比如，tonk-规则就具有强消去（弱引入）的不协调性，而量子析取的推导规则就具有弱消去（强引入）的不协调性。Tonk 和量子析取的不协调性无疑是通过与合取和标准析取的对比得到的，而后两者的规则被假定协调的。但是 Tonk-家族的其他成员是否协调，似乎就很难推定，因为我们并不那么容易看到它们相应地是由什么样的“合法”的逻辑词项经过不恰当的改造得到的。所以，我们还是需要寻找一个一般性的协调性概念。

关于协调性概念，学界有不同的理解<sup>6</sup>，不过就本文的目的而言，考虑以下主要的三种协调性概念就够了：基于系统保守性的协调性、基于局部保守性的协调性和 GE-协调性。系统的保守性要求是贝尔纳普 (N. Belnap) 在讨论 tonk 问题的

<sup>6</sup>斯坦伯格 (F. Steinberger) 曾讨论过一些协调性概念以及它们之间的关系 ([15, 16])，当然他的讨论也没有涵盖所有协调性概念。

解答时提出来的一种方案。([1]) 这个方案将一个词项的规则协调性等同于演绎系统的扩张保守性，一种扩张是否具有保守性当然与被扩张的演绎系统本身有关。这个方案会造成“过度”问题：它可以排除 Tonk-家族的异常词项，但是别忘了，标准析取也会造成量子逻辑系统的非保守性扩张！因此，从局部保守性要求的角度来理解协调性概念似乎是很自然的事情。达米特在 20 世纪 70 年代讨论的协调性要求就是保守性要求。他后来则将局部保守性概念称为是“更清晰地刻画协调性概念的最大希望所在。”<sup>7</sup>局部保守性只考虑消去规则应用的结果是否超出了引入规则应用的前提，所以它可以阻止具有强消去规则的词项。但它的缺点也是显然的：它无法阻止具有弱消去规则的词项。

里德 (S. Read) 指责局部协调性要求太弱，按照这种要求，“也许 E-规则并不允许 I-规则所证成的一切”，于是他提出“普遍消去协调性（简称 GE-协调性）被设计出来是为了排除那种可能性”，“GE-协调性的观点是由一个断定，我们可以推出所有且仅仅 (all and only) 从那个断定的不同理由推导出来的东西。”([11], 第 563 页) 或者说是“如果 E-规则不多不少地表达了能够由断定一个 I-规则的结论（在给定该断定的理由前提下）所推导出的东西，那么引入规则与消去规则是协调性的。”([11], 第 562 页) 因此，GE-协调性的提出主要是为了弥补局部保守性的不足。它强调消去规则的应用后果必须“不多不少 (no more no less)”地反映了其大前提的断定理由（即引入规则应用的前提）所表达的内容，这是“GE-协调性”超越“局部保守性”的地方。“GE-协调性”是一个新颖的概念，它将逻辑词项的使用规则之间的协调性归因为消去规则的特殊形式，即普遍的消去形式 (GE)。将这种形式的规则与协调性联系起来，应归功于弗朗泽 (N. Francez) 与迪克霍夫 (R. Dyckhoff) 的工作。他们曾明确指出：“我们现在假设这种结构作为 E-规则的普遍的协调的形式，能够服务于对 GE-规则的语义证成”。<sup>8</sup> ([5], 第 619–620 页) 不过，GE-协调性并没有说清楚一个词项的 GE-规则是如何生成的，因而顶多只能判断已经具备 GE-规则的词项（如经典的析取）使用规则是协调性的，无法判断任意仅具有普通消去规则的词项的使用规则是否协调。<sup>9</sup>这里提到这些协调性概念，目的是指出它们背后的一种共同的、直观的想法：一个词项的消去规则应用的结果至少不应该超出引入规则应用的前提。

一致性和协调性可以被直接看作是一个词项本身的性质：一个词项是一致的，

<sup>7</sup>达米特将基于保守性的协调性区分为两种：“内在协调性 (intrinsic harmony)”和“背景协调性 (harmony in context)”（也被他称为“总体协调性 (total harmony)”）。前者就是局部保守性，而后者就是系统的保守性。([4], 第 217 页)

<sup>8</sup>引文中的符号略有改动。这篇论文是弗朗泽与迪克霍夫在 2009 年完成，2012 年发表的。里德沿用他们提出的“GE-协调性”这个术语。

<sup>9</sup>我们曾在 GE-协调性概念的基础上提出 Ge-协调概念：如果由一个词项的消去规则生成的普遍消去规则 (Ge-规则) 恰恰就是由其引入规则生成的普遍消去规则 (GE-规则)，则它的引入和消去规则是 Ge-协调的。关于这种协调性概念的具体讨论，请参见 [24]。

当且仅当它（与基本的逻辑规律或规则一起）并不导致扩张系统不一致；一个词项是协调性的，当且仅当它的消去规则应用的结果至少不超过它的引入规则应用的前提。由此，一致性和协调性也可以被看作是对有意义的（逻辑）词项的提出的两个要求。这两个要求在出发点上有所不同，前者是针对词项所引起的系统扩张的结果提出的，后者是针对词项的引入和消去规则之间的关系提出的。关于协调性与一致性这两个要求之间的关系，我们还可以得到如下两点认识：

(1) 不具有协调性的词项未必不满足一致性要求。Tonk-家族中的诸词项的使用规则直观上都是不协调的，也会导致相应的扩张系统的不一致。但像量子析取这样的具有弱消去规则的词项，虽然它的引入和消去规则是个协调的，但并不会导致不一致。另外一个典型的例子就是经典否定。它与直觉主义的否定分享同一个引入规则： $[A] \Rightarrow \perp \vdash \neg A (\neg I)$ ，但是它具有相对较强的消去规则。直觉主义和经典的否定的消去规则分别是： $\neg A, A \vdash \perp (\neg_{\mathcal{J}} E)$ ； $[\neg A] \Rightarrow \perp \vdash A (\neg_{\mathcal{K}} E)$ 。这里可以看出，直觉主义否定的引入和消去规则是协调的，因为借助其消去规则由  $\neg A$  只能在假定  $A$  的前提下推导出  $\perp$ ，即由  $\neg A$  只能推导出“ $[A] \Rightarrow \perp$ ”，这恰恰是借助引入规则推导出  $\neg A$  所需要的东西。而经典否定的消去规则告诉我们，如果  $\neg A$  要是能够推导出  $\perp$ ，那么它就不仅仅可以推导出  $\perp$ ，还可以由此进一步地推导出  $A$ 。这就超出了引入  $\neg A$  所需要的前提。因而，经典否定的引入和消去规则也是不协调的，如果我们将经典否定添加到直觉主义逻辑系统中，就会产生非保守性的扩张，即在扩张系统中可以推导出原系统无法推导出来的定理：双重否定律 ( $\neg\neg A \rightarrow A$ ) 以及皮尔士定律 ( $((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A$ )，但是这种非保守性扩张并不会导致扩张系统不一致。正因为不满足协调性要求并不总是导致不满足一致性要求，针对一致性提出的要求就难以成为对逻辑常项的规则的恰当要求。这正是贝尔纳普的保守性要求必须被放弃的原因。

(2) 满足协调性要求的词项未必具有一致性。存在不一致问题的词项的引入和消去规则也可能是协调的。典型的例子就是里德提出的 0 元算子“ $\bullet$ ”（也被称为“圆点 (bullet)”）。（[11]，第 141 页）它由如下两个规则支配： $\neg\bullet\vdash\bullet (\bullet I)$ ； $\bullet\vdash\neg\bullet (\bullet E)$ 。这两个规则会导致扩张系统的不一致性或平凡化问题。考虑下列推导：

$$\begin{array}{c}
 (\bullet I) \quad \frac{[\neg\bullet]^1}{\bullet} \\
 \hline
 (\neg_{\mathcal{K}} E^1) \quad \frac{\perp}{\bullet} \\
 \hline
 \frac{\perp}{\perp} \quad (\perp E) \\
 \hline
 \frac{\perp}{C}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 \frac{[\bullet]^2}{\neg\bullet} \quad (\bullet E) \\
 \hline
 (\neg_{\mathcal{J}} E) \quad \frac{\perp}{\neg\bullet} \\
 \hline
 (\neg I^2) \\
 \hline
 (\neg_{\mathcal{J}} E)
 \end{array}$$

由于在这个推导中，所有假设都被解除了，故最终推出（即证明）了任意命题  $C$ 。因此，添加了圆点的推导规则的扩张系统会推导出不一致，进而产生平凡

化的问题。但值得注意的是，这个算子的两个规则是协调的，因为其消去规则应用的结果恰恰就是引入规则应用的前提。里德认为，圆点的两个规则其实是定义了一个类似的说谎者语句： $\bullet \dashv\vdash \neg \bullet$ 。圆点就类似于一个自指性的语句，它说自己不是真的。用真谓词来定义说谎者语句，就是： $\text{Tr}(\langle \lambda \rangle) \vdash \lambda (\lambda I)$ ； $\lambda \vdash \neg \text{Tr}(\langle \lambda \rangle) (\lambda E)$ 。当然，说谎者语句的引入和消去规则也是协调的。不过，它的规则本身并不能推导出不一致，除非我们将它添加到包含真谓词规则（即  $A \vdash \text{Tr}(\langle A \rangle) (\text{Tr}I)$ ； $\text{Tr}(\langle A \rangle) \vdash A (\text{Tr}E)$ ）的系统中。借助真谓词的规则，就可以使说谎者语句的规则进一步简化为： $\lambda \dashv\vdash \neg \lambda$ 。就此而言，圆点与说谎者语句之间确实存在相似性。由此可以说，圆点也是悖论性的，将其添加到通常（即包含自反性规则  $A \vdash A$ ）的演绎系统中就会产生不一致。但是考虑到圆点造成不一致不需要预设基本逻辑规则以外的规则，而说谎者语句要造成不一致还需要预设真谓词的规则，圆点更应该被看作是“绝对不一致”的词汇，而说谎者语句则是“相对不一致”的词汇。

既然一致性与协调性这两种性质或要求并不相等，我们可以初步地区分出四类词汇：（1）既不一致也不协调；（2）不一致但协调；（3）一致但不协调；（4）既一致也协调。（鉴于不一致性的两种情况，还可以作进一步的分类。）Tonk-问题不仅仅与一致性相关，也与协调性相关，仅仅从某一个方面去看待这个问题是不恰当的，至少不利于我们考察该问题与判定 Tonk-家族成员是否是逻辑词汇究竟有什么关系。接下来，我们将表明，这两个要求不相契合，恰恰能够让我们看到以往证明语义学研究的一个弊端：词汇的意义与逻辑性这个方面没有被区分开来。

## 4 意义与逻辑性

尽管里普利企图通过禁止 Cut-规则或传递性的后承关系来解决 tonk 的问题，但他并不认为 tonk 是无意义的。他曾辩解说，super-tonk 这个词项确实有问题，因为它的两个规则并不能改写为矢列演算中的左、右规则。他指出，不是任何推导都是确定意义的好方式，“好的方式是左、右规则的基本组合，这些规则表明我们如何能够实际地得出涉及相应的词汇的东西以及我们如何以它们为前提进行推导”，因此 tonk 也可以是一个“正常的词汇”，即“tonk 是完全有意义的，但我并不主张它的逻辑性。”（[14]，第 34-35 页）里普利所谓的“正常词汇”仅仅是指它不会导致禁传递的演绎系统平凡化。这里，里普利有意把一个词汇的意义与它的逻辑性问题区分开来，按照他的想法，即使 tonk 不是一个合法的逻辑词汇，它也是有意义的（前提当然是它并不导致平凡化问题）。尽管里普利错误地以为我们能够消除 Tonk-问题，但他的这个想法非常重要，他点出了一直以来证明语义学难以明确 Tonk-问题之实质的根源。

在证明论语义学的研究中，人们一般极少有意识地明确将意义和逻辑性这两

个方面区分开来。就意义而言，在一个词项的诸多使用中，意义定义性的方面或规则和意义应用性的方面或规则被要求具有协调性。就逻辑词项而言，它们的引入和消去规则之间同样被要求具有协调性。正如里普利所言，学界一直有这样两种态度：“按照较为温和的理论，……规则必须具有协调性，以便能够确定一个逻辑词项的意义。按照另外一种观点，……规则必须具有协调性，以便能够确定任何东西的意义。”（[14]，第34页）<sup>10</sup>里德的态度与后者相似，他也更倾向于将这个问题看作是一个词项的使用规则是否“应该完全确定其意义”的问题（[11, 12]）；按照我们的理解，达米特则是同时持有这两种态度的典型代表。当他在证明论语义学的框架下讨论逻辑词项的刻画问题时，由Tonk-问题所激发出来的协调性问题就是对一个词项的逻辑性提出的问题，然而当他在证实主义意义理论的立场上讨论语言的意义或解释问题时，词项的使用规则的协调性要求就仅仅与意义的确定相关，而与它是否是一个逻辑词项无关。达米特认为，造成语言不能正常发挥功能的原因就是一个表达式的多个使用方面或支配其使用的多重原则之间彼此不协调。因此，他建议说：“为了使我们的语言达到预期的效果，这些原则必须彼此协调。”（[4]，第210页）协调性对他而言似乎是对语言拥有融贯之意义的一个基本要求，同时也是对逻辑词项（的规则）的合法性的要求。

仅仅将Tonk-问题等同于意义问题或者等同于逻辑性问题，这都不恰当。因为，Tonk-问题真正引发的思考其实是混合了意义与逻辑性这两个方面：一方面，它挑战了证明论语义学的意义观念，它提出了这样的疑问，即是否任意支配一个表达式之使用的引入或消去规则都可以用于定义该表达式的意义？而另一方面，Tonk-问题直接质疑的是：任意的引入或消去规则是否足以定义一个词项的逻辑性？这实际上是两个问题，回答这两个问题就需要对意义和逻辑性进行区分。如果不作区分，就被迫要解释，为什么有的逻辑词项（比如经典的否定）是有意义的，尽管它们的使用规则并不协调的，还有些不满足一致性要求的词项的使用规则却是协调的。就Tonk-家族来说，它们的使用规则既不协调，还会导致不一致，即使它们不被看作是合法的逻辑词项，那么它们是否有意义？

我们更倾向于将词项的使用规则之间的协调性看作是仅仅与逻辑性有关而与意义无关的要求；将意义看作仅仅与一致性要求有关。这种看法也植根于我们对逻辑的理解：“在协调性要求背后有一个激发性的思想，那就是逻辑是单纯的（innocent）”，即逻辑不允许我们证明我们借助其他方法无法证明的原子语句，换言之，即使先通过引入然后再消去一个逻辑词项也不能证明它们。（[7]，第394页；[8]，第207页）逻辑的单纯性也被称为“逻辑的自治性（autonomy）”。（[11]，第125页）这种逻辑的观念甚至可以追溯到维特根斯坦。维特根斯坦在《逻辑哲学

<sup>10</sup>比如，坦南特（N. Tennant）认为：“协调性是逻辑构造的交流的可能的超验性先决条件。”（[17]，第245页）

论》中的观点很明确：“逻辑运算符是标点符号。”([21], 5.4611)<sup>11</sup>维特根斯坦拒绝认为逻辑词项对其所在的句子的意义有任何贡献。([6], 第100页)后期维特根斯坦仍然坚持这样的看法：“逻辑……必须是最纯粹清澈的。”([22], 第97页)协调性要求恰恰强调了这一点：逻辑词项的消去规则应用的结果应该“不多不少地”就是其引入规则的应用条件（至少前者不应超出后者）。

逻辑的“单纯性”无疑支持了协调性的要求。协调性要求也体现了逻辑性应该具有的特征：引入规则和消去规则应该处于一种均衡关系之中，以便使得逻辑词项的规则的应用不对原来的系统造成任何实质的影响，但是如果原来的系统本身所具有的特殊性质或原则使得这种应用推出了更多的结果，这种扩张的非保守性显然与原系统有关，被添加的词项是否应该负上（部分）责任，则难以判断。因此，对于协调性的更关键的考察应该集中于一个词项的使用规则本身，而减少演绎背景对考察结果的影响。我们可以把“单纯性”看作是协调性的核心，只需要将关注的焦点集中在词项的引入和消去规则上即可。无论从单纯性，还是从与此相应的协调性要求出发，**tonk**及其家族成员都不能被看作是逻辑的词项。但是这些异常词项（尤其是**tonk**）会像里普利所说的那样仍然是有意义的吗？这需要我们来考虑一致性的要求。

与协调性不同，一致性不是针对逻辑性的要求，而是针对意义的要求。达米特说：“我们知道我们的语言将使得并非每个原子陈述都是真的；但是逻辑并不知道这一点。就此而言，它们可能会形成一个一致的集合，就像它们在维特根斯坦的《逻辑哲学论》中所假定的那样。一致性原则并不是逻辑原则：逻辑并不需要它，而且任何逻辑规律都不能通过衍推它而建构。”([20], 第278页)维特根斯坦的确认为矛盾是缺乏意义的，达米特或许受到了影响，总是强调意义或语言使用的“融贯性”，并把不一致性看作是语言的“功能失常(malfunction)”。([4], 第210页)在达米特看来，不一致性的词项（即它的使用规则推导出不一致）是无意义的。当然，从证明论语义学（或推理论语义学）的角度看，导出不一致的词项是无意义，可进一步归因于它“导致任意复杂的推理结构坍塌。”([9], 第166页)本文也接受这种意义立场。<sup>12</sup>

基于上述讨论，我们可以针对**Tonk**-问题得到判断表（见表1）：

对于判断表中打星号的地方需要做出说明：第一、导致绝对不一致的词项是无意义的，但是导致相对不一致的词项是否有意义则存在争议，例如说谎者语句是否有意义，这是有争议的，真值过量论(theory of truth-value gluts)的支持者倾向于承认它是有意义的，因为它既“真”又“假”（即同时具有这两个真值），而

<sup>11</sup>对这种思想的详细阐释参见[3]。

<sup>12</sup>也有学者试图辩护说**tonk**所在的语言是有意义的（例如“**Tonkish**”或“**Sponkish**”，前者是单纯的唐克人(**tonker**)说的，后者是老练的唐克人说的）。但是他也不得不承认，这些语言并没有把**tonk**当作真正的部分或者被完全没有限制地使用。([19], 第16页)

表 1: 判断表

词项的性质	意义	逻辑性	例子
(1) 绝对不一致且不协调	×	×	Tonk-家族
(2.1) 绝对不一致但协调	×	×*	圆点算子
(2.2) 相对不一致但协调	×*	×*	说谎者语句
(3.1) 一致但“保守地”不协调	✓	✓	量子析取
(3.2) 一致但“非保守地”不协调	✓	×*	经典否定
(4) 既一致也协调	✓	✓	经典析取、合取

真值间隙论 (theory of truth-value gaps) 的支持者则更倾向于否认它是有意义的, 因为它既不“真”又不“假”(即没有真值)。因此, 判定说谎者语句是与否有意义, 还需要额外的原则。比如, 如果我们接受“有根性 (groundedness)”或组合性作为意义的原则, 那么说谎者语句就是无意义的。本文倾向于接受这个立场。于是, “相对不一致且不协调”的词项在意义和逻辑性方面的特征与(1)就是一样的了, 所以我们在这里就没有专门考虑这类异常词项。

第二、圆点算子与 tonk 不同, 它的引入和消去规则看起来是协调的。但它依然不是逻辑词项, 问题并不是由它的引入和消去之间的均衡关系造成的, 而是由它的规则本身造成的: 首先、它的规则不够纯粹, 包含了否定, 这意味着它的使用不具有独立性, 它依赖于否定, 其实它的规则应用之所以能够推导出不一致, 正是借助了否定的使用规则。其次、它的规则不够彻底。在它的引入规则的前提和消去规则的结论中, 它们自身已经出现, 这说明它们并没有真正被引入或消去。除非原来的系统中已经包含了圆点, 否则它的引入和消去规则并不能得到真正的应用。在这一点上, 说谎者语句与此相似。圆点和说谎者语句与下面这个算子不同:  $A \vdash \sim A (\sim I)$ ;  $\sim A \vdash A (\sim E)$ , 它的两个规则无疑是协调的, 但是它单独使用并不会导致不一致, 即使将它添加到允许自反推导的系统中, 也只能同时推导出  $A$  和  $\sim A$ , 也不能说这是不一致的, 因为一致性是借助经典的或直觉主义的否定来定义的。因此, 这个算子是一个逻辑的词项。如果针对这种否定还存在类似经典否定的爆炸原则:  $A, \sim A \vdash B$ , 那么就会产生平凡化问题。不过, 新的规则并非原有规则的导出规则, 它的应用将使得“ $\sim$ ”转变成一个新的词项, 从而失去原来的逻辑性。

第三、如果一个词项的引入和消去规则是不协调的, 而其不协调性是因消去规则的应用推导出了更多的东西, 即应用的结果非保守地扩展了其引入规则的应用前提, 这个词项就不是逻辑的词项, 它不合乎逻辑的“单纯性”特征。经典的否定就是这样的例子。这似乎与我们的常识不符。经典的否定怎么会不是逻辑词

项? 如果从直觉主义逻辑的立场上看, 它的确不是逻辑词项, 而是一个哲学概念。这不仅仅涉及到经典逻辑与直觉主义逻辑之间的争论, 也涉及到我们对逻辑性的直观是否恰当的问题。限于篇幅, 这里仅将其作为开放式的问题留待进一步的研究来解决。

## 5 结论

Tonk-问题既是一个关于意义的问题, 也是一个关于逻辑性的问题。对意义和逻辑性做出区分, 有助于我们摆脱关于 Tonk-问题的误解, 也有助于我们搞清楚一致性要求和协调性要求与解决 Tonk-问题有什么关系。只要我们将证明论语义学要解决的问题区分为关于意义的问题和关于逻辑性的问题, 就可以看到: 一致性与意义问题相关, 是对一个词项之有意义性的要求, 而协调性则与逻辑性相关, 是对一个词项之具有逻辑性的要求。Tonk 及其家族成员由于它们的规则会推导出不一致而均不具有意义, 又因为它们的规则之间缺乏直观的协调性, 故均不是逻辑的词项。

## 参考文献

- [1] N. Belnap, 1962, “Tonk, plonk and plink”, *Analysis*, **22(6)**: 130–134.
- [2] R. Cook, 2005, “What’s wrong with tonk”, *Journal of Philosophical Logic*, **34(2)**: 217–226.
- [3] K. Došen, 1989, “Logical constants as punctuation marks”, *Notre Dame Journal of Formal Logic*, **30(3)**: 362–381.
- [4] M. Dummett, 1991, *The Logical Basis of Metaphysics*, Cambridge: Harvard University Press.
- [5] N. Francez and R. Dycckhoff, 2012, “A note on harmony”, *Journal of Philosophical Logic*, **41(3)**: 613–628.
- [6] P. Milne, 2013, “Tractatus 5.4611: ‘signs for logical operations are punctuation marks’”, in P. Sullivan and M. Potter(eds.), *Wittgenstein’s Tractatus. History and Interpretation*, pp. 97–124, Oxford University Press.
- [7] J. Murzi, 2020, “Classical harmony and separability”, *Erkenntnis*, **85**: 391–415.
- [8] J. Murzi and F. Steinberger, 2017, “Inferentialism”, in B. Hale, C. Wright and A. Miller(eds.), *A Companion to Philosophy of Language (vol. 1)*, pp. 197–224, Wiley Blackwell.
- [9] J. Peregrin, 2014, *Inferentialism: Why Rules Matter*, London and New York: Palgrave-Macmillan.
- [10] A. N. Prior, 1960, “The runabout inference-ticket”, *Analysis*, **21(2)**: 38–39.
- [11] S. Read, 2000, “Harmony and autonomy in classical logic”, *Journal of Philosophical Logic*, **29(2)**: 123–154.

- [12] S. Read, 2010, “General-elimination harmony and the meaning of the logical constants”, *Journal of Philosophical Logic*, **39(5)**: 557–576.
- [13] D. Ripley, 2013, “Paradoxes and failures of cut”, *Australasian Journal of Philosophy*, **91(1)**: 139–164.
- [14] D. Ripley, 2015, “Anything goes”, *Topoi*, **34(1)**: 25–36.
- [15] F. Steinberger, 2011, “What harmony could and could not be”, *Australasian Journal of Philosophy*, **89(4)**: 617–639.
- [16] F. Steinberger, 2013, “On the equivalence conjecture for proof-theoretic harmony”, *Notre Dame Journal of Formal Logic*, **54(1)**: 79–86.
- [17] N. Tennant, 2020, “Inferentialism, logicism, harmony, and a counterpoint”, in A. Coliva(ed.), *Essays for Crispin Wright: Logic Language and Mathematics*, pp. 223–247, Oxford University Press.
- [18] H. Wansing, 2006, “Connectives stranger than tonk”, *Journal of Philosophical Logic*, **35(6)**: 653–660.
- [19] J. Warren, 2015, “Talking with tonkers”, *Philosophers’ Imprint*, **15(24)**: 2–24.
- [20] 达米特 (著), 任晓明、李国山 (译), *形而上学的逻辑基础*, 北京: 中国人民大学出版社, 2004 年。
- [21] 维特根斯坦 (著), 韩林合 (译), *逻辑哲学论*, 北京: 商务印书馆, 2019 年。
- [22] 维特根斯坦 (著), 韩林合 (译), *哲学研究*, 北京: 商务印书馆, 2019 年。
- [23] 周志荣, “逻辑常项与保守性: 以 tonk 为例”, *逻辑学研究*, 2013 年第 4 期, 第 79–92 页。
- [24] 周志荣, “逻辑常项的使用规则的生成与证成”, *逻辑学研究*, 2023 年第 1 期, 第 1–18 页。

(责任编辑: 执子)

# Tonk, Meaning and Logic

Zhirong Zhou

## Abstract

The Tonk-problem produced by Tonk and the members in its family is one of the main difficulties that challenge the proof-theoretic semantics. The common way to deal with the problem is to prevent the tonk-extension of any deductive theory from trivialization by modifying its logical consequence or banning some rule(s) of derivation. The way cannot be taken as a proper solution to the problem in the sense that it confuses the question of meaning and of logicality of terms, both of which are contained in Tonk-problem and are in accord with the requirement of inconsistency and of harmony, respectively. Tonk and the members in its family are meaningless because of their unsatisfying of the requirement of inconsistency and are not logical terms because of their unsatisfying of the requirement of harmony.