逻辑学研究 2024 年第 4 期，72–84
文章编号：1674-3202(2024)-04-0072-13

作为分析工具的排中律

杜国平

摘　要：排中律是逻辑三大基本规律之一。根据亚里士多德的有关思想，可以将其更具一般性地表述为：对于穷尽所有的可能，至少有一种可能存在。通过对“可能”进行纯粹理性的分析，从划分的角度，可以对逻辑三大基本规律的合理性给出一个统一的阐释，并由此揭示出违反排中律的另一种不易觉察的错误——“虚假排中”。应用排中律，重新对“‘上帝不是万能的’证明”“半费之讼”等谜题进行分析，可以发现，它们都犯了“虚假排中”的错误。排中律是理性分析的重要工具。

关键词：排中律；可能；虚假排中；“上帝不是万能的”证明；半费之讼

中图分类号：B81　　　　**文献标识码：**A

1　引言

作为逻辑三律，一般认为，违反同一律的错误比较明显，诸如“混淆概念”“偷换概念”“转移论题”“偷换论题”等；违反不矛盾律的错误比较常见，因为人们常常犯“自相矛盾”的错误，而且在证明或论证中常用的归谬法依据的就是不矛盾律。而违反排中律的错误“两不可”似乎很难遇到，因为很多所谓的“两不可”实际上是人的态度或者认知模糊，并不违反排中律；（[12]）即使在证明或论证中常用的反证法也是首先借助不矛盾律。[1]这给人们造成一种错觉，似乎在逻辑三律中排中律不若同一律、不矛盾律那般重要。

本文将根据亚里士多德的有关论述，结合现代逻辑的新发展，提出一个更具一般性的关于排中律的新表述；从划分的角度对“可能”进行纯粹理性的分析，对逻辑三律的合理性给出一个统一的阐释；揭示违反排中律的错误除了“两不可”之外还存在一个不易觉察的错误——“虚假排中”；基于排中律重新分析“‘上帝不是万能的’证明”“半费之讼”等，可以发现，它们都犯了“虚假排中”的逻辑错误。

收稿日期：2023-09-23

作者信息：杜国平　中国社会科学院大学哲学院
中国社会科学院哲学研究所
dgpnju@163.com

基金项目：中国社会科学院实验室孵化专项“人工智能视域下逻辑推理形式复杂性研究”（2024SYFH002）。

[1]反证法的基本证明思路是：要证明命题 A 成立，首先假定命题 A 的否定成立，由此推出矛盾，根据不矛盾律，得出假定“命题 A 的否定”是不成立的，再根据排中律，得出 A 成立。

2 何为排中律

排中律是逻辑三大基本规律之一，其基本内容比较典型的表述有：

表述 2.1. *在同一思维过程中，两个互相矛盾的命题不可能都是假的，其中必有一个是真的。* （[7]，第 295–296 页）

表述 2.2. *在同一时间、同一方面，同一对象或者具有某属性，或者不具有该属性。* （[5]，第 274–276 页）

这两种表述的基本思想是相近的，其主要差异体现在表述的角度上：表述2.1主要是基于逻辑的视角，表述2.2主要是基于本体论视角。

关于排中律的基本内涵还有众多不同的表述。在综合分析相关文献的基础上，作者提出一种新的表述，并通过分析，以期阐明不同表述之间的内在联系，并澄清若干似是而非的观点，消除关于排中律的诸多误解。

命题 2.1 (排中律)**.** *对于穷尽所有的可能，至少有一种可能存在。*

因为逻辑三大规律之间存在内在的关联，为了阐释和论证方便，在此亦同时提出矛盾律、同一律的新表述：

命题 2.2 (矛盾律)**.** *对于若干不能并存的可能，至多有一种可能存在。*

命题 2.3 (同一律)**.** *可能即为可能，不可能即为不可能。*

作为逻辑的三大基本规律，其基本要求必须是自明的，上述关于三大规律的表述显然满足这一要求。另外从分析性的角度看，作为分析的出发点，其表述和分析性本身显然也是一致的。再者，作为基本规律，上述表述还满足简单性的基本要求。当然，作为思想的出发点，我们对此无法进行论证，也无需进行论证。正如亚里士多德所言："一切事物悉加证明是不可能的（因为这样将作无尽的追溯，而最后还是有所未证明的）。"（[11]，第 72 页）（1006a6-10）[2]

作为基本规律，还需满足一个基本要求，就是其高度的概括性和一般性。对此，我们将证明，文章开头提及的两个关于排中律的常见表述实际上是命题2.1的两个推论。

因为在同一思维过程中，两个互相矛盾的命题 A 和非 A 在二值逻辑的情况下只有两种可能：（1）A 真，非 A 假；（2）A 假，非 A 真。根据排中律命题2.1的断言，这两种可能至少有一种可能是成立的。而不论是哪种可能成立，均可得出：A 和非 A 不可能都是假的，其中必有一个是真的。因此，表述2.1是命题2.1的推论。

[2] 参见 [1]，1006a6-10。以下涉及亚里士多德的引文亦标注该书所注希腊标准页码。

因为对于某一属性，在同一时间、同一方面的同一对象 a 无非只有两种可能：（1）a 具有该属性；（2）a 不具有该属性。根据排中律命题2.1的断言，这两种可能至少有一种可能是成立的。即或者 a 具有某属性，或者 a 不具有该属性。因此，表述2.2亦是命题2.1的推论。

但是，命题2.1所断言的要比表述2.1和表述2.2要更一般得多。

表述2.1和表述2.2都有一个基本的二值逻辑预设。在非此即彼的二值逻辑中，“两个互相矛盾的命题”（“在同一时间、同一方面，同一对象具有某属性”，以及“在同一时间、同一方面，该对象不具有该属性”也是两个互相矛盾的命题）确实是穷尽了“所有的可能”，但是在三值逻辑等多值逻辑中，如果把二值逻辑的“既不同真（真用 1 表示），亦不同假（假用 0 表示）”作为“两个互相矛盾的命题”，则一个命题“p”的矛盾命题“非 p”存在三种不同的可能情况：

p	(非 $p)_1$	(非 $p)_2$	(非 $p)_3$
1	0	0	0
0	1	1	1
1/2	1	0	1/2

而且在这三种情况下，“p”和其矛盾命题“非 p”虽然不可能都是假的，也不可能都是真的，但是“其中必有一个是真的”并非都成立。因为在 p 取值 1/2 的情况下，p 的矛盾命题“(非 $p)_2$”取值为 0，p 的矛盾命题“(非 $p)_3$”取值为 1/2。因此，在 p 取值 1/2 的情况下，“p”和其矛盾命题“(非 $p)_2$”以及“p”和其矛盾命题“(非 $p)_3$”均不满足“其中必有一个是真的”。因此，有人认为，在三值逻辑等多值逻辑中，排中律不再成立。（[9]）

其实，这是对排中律的一种误解，在三值逻辑中，还有两种特别值得关注的否定：

p	(非 $p)_4$	(非 $p)_5$
1	0	1/2
0	1/2	1
1/2	1	0

如果我们使用“$\neg_2$”表示经典二值否定，则上述两个三值否定 (非 $p)_4$、(非 $p)_5$ 可以分别表示为“$\neg_3^1$”“$\neg_3^2$”。这两个三值否定的特点可以通过如下的真值表得到进一步的展示：

即 p、$\neg_3^1 p$、$\neg_3^1\neg_3^1 p$ 三者穷尽了三值的所有可能，并且不可能都是假的（实际上不仅如此，还不可能都是真的，亦不可能都是 1/2），三者之中必有一真（实际

p	$\neg_3^1 p$	$\neg_3^1\neg_3^1 p$	p	$\neg_3^2 p$	$\neg_3^2\neg_3^2 p$
1	0	1/2	1	1/2	0
0	1/2	1	0	1	1/2
1/2	1	0	1/2	0	1

上不仅如此，还必有一假，亦必有一 1/2）；对于 p、$\neg_3^2 p$、$\neg_3^2\neg_3^2 p$ 三者，同样如此。

因此，如果在经典二值逻辑中，不考虑顺序关系，可以将排中律形式表示为：$A\vee\neg_2 A$，那么在三值逻辑中，不考虑顺序关系，排中律形式将有两种：$A\vee\neg_3^1 A\vee\neg_3^1\neg_3^1 A$ 以及 $A\vee\neg_3^2 A\vee\neg_3^2\neg_3^2 A$（其实从语义的角度看只有一种，因为 $\neg_3^1 A$ 等价于 $\neg_3^2\neg_3^2 A$，$\neg_3^1\neg_3^1 A$ 等价于 $\neg_3^2 A$）。（[3]）

依次类推，排中律在四值逻辑中，将有 6 种穷尽了四值所有可能的否定 $\neg_4^n$（$n=1,2,\cdots,6$），并且 A、$\neg_4^n A$、$\neg_4^n\neg_4^n A$、$\neg_4^n\neg_4^n\neg_4^n A$ 不可能都是 $\neg_4^n v_n$（$n=1,2,3,4$），四者之中必有一为 v_n（$n=1,2,3,4$），其中 v_1、v_2、v_3、v_4 是四值逻辑所有可能的取值；在五值逻辑中，将有 24 种穷尽了五值所有可能的否定 $\neg_5^n$（$n=1,2,\cdots,24$）。在任意 n 值逻辑中，将有 $(n-1)!$ 种穷尽了 n 值所有可能的否定 $\neg_n^i$（$i=1,2,\cdots,(n-1)!$）。

若从语义的角度看，不考虑顺序关系，则在二值逻辑中，排中律的表现形式可以简单地表示为：$1\vee 0$（其中符号“$\vee$”作为“至少取一”的速写），意为一个命题或者为真，或者为假（相应的矛盾律可表示为“不可能既为真又为假”）。以此类推，在三值逻辑中，排中律的表现形式可以简单地表示为：$1\vee 0\vee 1/2$，意为一个命题或者为真，或者为假，或者为“1/2”（相应的矛盾律可表示为“不可能既为真又为假、不可能既为真又为 1/2、亦不可能均为假又为 1/2”）。

以此类推，在任一 n 值逻辑中，若不考虑顺序关系，则排中律的表现形式可以简单地表示为：$v_1\vee v_2\vee\cdots\vee v_{n-1}\vee v_n$，其中 v_1、v_2、$\cdots$、v_{n-1}、v_n 是 n 值逻辑的所有可能取值。甚至对于无穷值逻辑，排中律的形式亦可以简单地表示为：$v_1\vee v_2\vee\cdots\vee v_{n-1}\vee v_n\vee\cdots$，其中 v_1、v_2、$\cdots$、v_{n-1}、v_n、$\cdots$ 是无穷值逻辑的所有可能取值。

由上可知，排中律不仅在二值逻辑中成立，在多值逻辑或无穷值逻辑中仍然成立，只不过在具体的逻辑系统中其表现形式不同而已。

由以上分析可以看出，排中律是逻辑的一个元理论规律，它在不同的逻辑系统中有不同的表达形式。不能把元理论层次上的逻辑基本规律混同于某一具体逻辑系统中某一条（或若干条）表达排中律的具体形式。

另外，表述2.2中所表达的排中律，对于并非“在同一时间、同一方面，同一对象是否具有某属性”以及“在同一时间、同一方面，两个对象之间是否具有某种关系”等则未加阐述，而命题2.1所断言的排中律则对此都有所阐述，后文将会

对此作进一步的说明。

由上可知，命题2.1所断言的排中律要比表述2.1和表述2.2更一般得多。

命题2.1表述的排中律是对亚里士多德论述的排中律思想的一般化，是通过对亚里士多德相关思想进行概况而得到的。排中律最早是由亚里士多德提出的。亚里士多德在《形而上学》中从本体论、认识论、逻辑学以及语言学等不同角度、不同层次详细地论述了他的排中律思想。如：

> 万物或者是肯定或者是否定。 （[10]，第 41 页）（996b28-30）
>
> 在矛盾的陈述之间不允许有任何居间者，而对于一事物必须要么肯定要么否定其某一方面。 （[10]，第 80 页）（1011b24-25）
>
> 所要肯定是真的若与所要否定是假的事物并无异致，这就不可能一切陈述都是假的；因为照这情形，那两相反中必有一个是真的。
>
> （[11]，第 92 页）（1012b5-11）
>
> 若对任何事物必然肯定或者否定，二者便不能都为假。
>
> （[10]，第 82 页）（1012b11-13）

由亚里士多德的陈述可以看出，对于事物（或陈述）只有两种可能：肯定、否定或者真、假，没有其他可能（间体）。并且这两者不可能都是假的，其中必有一真。

亚里士多德基于的主要是二值逻辑思想（虽然后来卢卡西维茨等人认为亚里士多德有多值逻辑思想，但是他在以上论述排中律的相关思想时，基于的显然是二值逻辑），因此对于事物的所有可能情况只有两种。考虑到逻辑学的发展，今天各种逻辑系统已经呈现出多种形态，我们将其排中律思想由两种可能情况扩展为所有可能情况，仅仅是其思想的自然延伸。

尽管排中律的思想是自明的，但是亚里士多德认为矛盾律的思想要更加自明。他说："假如承认不必求证的原理应该是有的，那么人们当不能另举出别的原理比现在这一原理（矛盾律）更是不证自明了。"（[11]，第 72 页）（1006a9-12）因此，亚里士多德依据矛盾律思想给出了排中律思想的一个非常机智的证明："不能说一切叙述全假，……，因为若说一切全假，则连他那原理也该是假的。"（[11]，第 246 页）（1063b30-35）受此启发，我们也可以给出命题2.1中表述的排中律的一个证明："如果对于穷尽所有的可能，没有一种可能存在，即所有的可能都不存在。而每一种可能可转化为一个命题进行表述，由此可得'所有的命题都是假的'，而'所有的可能都不存在'也是一命题，因此'所有的可能都不存在'也是假的，由此可得：'并非所有的可能都不存在'，因此至少有一种可能存在。"

3　从划分的角度看排中律

一般认为，逻辑是研究思维的形式及其规律的科学，其核心是研究推理的有效性，区分正确的推理和不正确的推理。金岳霖认为，“逻辑的必然”即为“穷尽可能的必然”。（[6]）据此可以推知，金岳霖认为，逻辑即为“穷尽可能”。那么金岳霖的观点和一般认为的逻辑是否不同呢？实际上，两者之间本质上是一致的，所谓推理的有效性，以经典命题逻辑为例，一个有效的推理实际上对应着一个以推理的前提为前件、推理的结论为后件的蕴涵式，一个推理是有效的，当且仅当这个蕴涵式是永真式，而一个永真式意味着在真值表的每一行该蕴涵式都是真的，如果我们把真值表的每一行看着关于真假组合的一种“可能”，那么一个永真的蕴涵式实际上就是穷尽了真假组合的所有“可能”。由此可见，推理的有效性和“穷尽可能”两者是一致的。因此，“可能”是逻辑学一个非常核心的概念。

什么是“可能”?

在自然语言中，存在着不同层次的“可能”。如问“任意一个人的年龄是多大？”如果基于一个标准的幼儿园中班小朋友，则至多存在 3–7 周岁这 5 种可能；如果询问的是中国科学院大学 2022 年选修“趣味逻辑”课程的本科生，则至多存在 15–24 周岁这 10 种可能；如果询问的是当今地球上的任意一个人，则至多存在 0–150 周岁这不足 200 种可能；如果仅仅考虑概念上的可能（即年龄是所处年代减去出生年代），则一个人的年龄存在有限大可能（准确地说应该是“诞辰”）；而基于纯粹概念分析来看，则存在无穷多种可能（$-\infty$，$+\infty$）。概括地说，年龄有基于特定生活空间的“可能”，有基于生物学的“可能”，有基于纯粹概念分析的“可能”。

一般而言，“可能”有基于经验的“可能”，有基于特定学科领域的“可能”，有基于纯粹理性分析的“可能”。不同层次的“可能”对应不同的知识：经验、学科知识、逻辑知识。人类的认知过程可以看作是对各种可能的追问，日常经验追问的是生活世界的各种可能，各门具体科学追问的是现实世界的各种可能，数学追问的是抽象数量关系的各种可能，逻辑追问的则是纯粹分析的各种可能。

逻辑可能不基于具体的经验，也不基于某一领域的学科背景知识，它基于的是纯粹理性的分析。例如，在二值逻辑中，它只有“真”“不真”两种可能；在三值逻辑中，它只有“真”“假”“不真不假”三种可能。如此等等。

逻辑就是研究如何穷尽各种可能的学问，因而，从这个意义上看，“可能”是逻辑学需首先需要探究和明确的概念。

逻辑明确概念的方法中有一个基本的方法就是划分。

划分是通过把一个概念所反映的对象分为若干个小类，来揭示这个概念的外延的逻辑方法，它通常是把一个属概念分为若干个种概念。一个严格的划分需要

满足：（1）划分必须按照同一个标准进行；（2）划分所得的各子项应当互不相容；（3）划分后各子项的外延之和必须与母项的外延相等。

从划分的角度看，逻辑的“可能”是对纯粹抽象的所有情况的“全类”（“全集”）的划分。基于此，逻辑可能存在三个基本的属性：（1）由于逻辑的划分是纯粹抽象的理性划分，其标准也是最为一般的标准，就是保持“可能”的自身同一性，亦即“可能即为可能，不可能即为不可能”，从而保证可能的确定性；（2）各种可能的相互独立性，即各种可能之间不相互交叉、重合，以保证可能的一致性；（3）各种可能的完全性，即各种可能不能有所遗漏，以保证可能的严密性。

由逻辑“可能”的这三个基本属性，自然地衍生出三个逻辑基本规律，即同一律、不矛盾律和排中律。通过对“可能”进行纯粹理性的分析，从划分的角度，实际上对逻辑三大基本规律的合理性给出了一个统一阐释。

从划分的角度看，关于划分的基本规则恰好切合了逻辑三律的基本思想。并且，对应于符合排中律的两个基本要求。

因此，作为逻辑基本规律的排中律是逻辑本质的自然演绎，是最一般的逻辑规律之一。

另外，逻辑作为理性分析的工具，划分无疑是其最为重要的分析工具之一，同一律保证了划分标准的确定性，矛盾律保证了划分所得子项的独立性，排中律保证了各子项的完全性。这样，三律形成了作为分析工具的一个完整的闭环。特别值得一提的是，正是为了保证完全性，所以，在表达排中律的命题2.1中，强调“穷尽所有的可能”；而表达矛盾律的命题2.2则无此要求，只是提出“若干不能并存的可能”，即使是两个不能并存的可能，矛盾律也是适用的。

根据以上分析，我们可以进一步对违反排中律的谬误有更加清晰的认识。

一般认为，排中律的基本要求是：不能直接或间接地对一对互相矛盾的命题均加以否定。违反排中律的逻辑错误就是“两不可”。（[5]，第 276–278 页）

其实，违反排中律的逻辑错误除了“两不可”之外，还存在一种被长期忽略的谬误，那就是要求在两个所谓的“矛盾命题”之间不存在“居中”的其他可能情况，因为如果存在其他“居中”的情况，则“两不可”也是允许的。对此，亚里士多德早有论述：“在矛盾的陈述之间不允许有任何居间者。”（[10]，第 80 页）（1011b24-25）正因为如此，排中律也被称“拒中律”“不容间位律”。对于这一点，可以自然地拓展到命题2.1所陈述的排中律上，即排中律有两个基本要求：一是“穷尽所有的可能”，二是断言“至少有一种可能存在”，即肯定其至少存一。相应地，违反排中律可能存在两种逻辑谬误：一是“虚假排中”，二是“均不可”。

所谓“均不可”是“两不可”的自然延伸，就是对所有可能均加以否定。如关于世界本原的哲学问题，某人既否定世界是一元的，也否定世界是二元的，还否定世界是多元的。这就违反了排中律，犯了“三不可”的错误，因为在世界本原的

哲学问题上，只能有三种可能：世界是一元的、世界是二元的或世界是多元的。

所谓“虚假排中”就是未能穷尽所有可能，错误地将所列举的若干种可能当成所有可能而断定其中至少有一个成立。

准确识别“虚假排中”可以充分彰显排中律规范思维并作为理性分析工具的价值功能。下面，我们以几个众所周知的难题为例，以排中律作为工具，来对相关问题存在的“虚假排中”进行新的阐释。

4　基于排中律之“半费之讼”难题分析

“半费之讼”大意说的是：

> 尤拉苏斯拜普罗泰哥拉为师学习法律。双方签了一个合同，学生首先付给老师一半学费，另一半学费则要等到学生第一次出庭打赢官司后再支付。可是尤拉苏斯毕业后一直没有打官司，剩下的那一半学费也就迟迟未付。普罗泰哥拉终于等不及了，就向法庭起诉，要求学生支付另一半学费。开庭前，普罗泰哥拉希望协商解决，他对尤拉苏斯说：“如果你打赢这场官司，依照合同，你得把另一半学费付给我；如果你打输这场官司，那么根据法庭判决，你也得把另一半学费付给我。所以，不管你这场官司是赢是输，你都要把另一半学费付给我。”哪知尤拉苏斯不接受调解，并且反驳道：“如果我打输这场官司，依照合同，我不需要把另一半学费付给你；如果我打赢这场官司，那么根据法庭判决，我也不需要把另一半学费付给你。所以，不管我这场官司是赢是输，我都不需要把学费给你。”　（[2]，第 37–38 页）

关于“半费之讼”中存在的问题，一般将其归结为普罗泰哥拉是诡辩，而将其学生尤拉苏斯的论证视为对其老师论证的成功反驳。（[8]）

实际上，如果我们从“虚假排中”的角度来对该问题重新进行分析，就可以发现普罗泰哥拉和其学生尤拉苏斯都是诡辩。

对于普罗泰哥拉和尤拉苏斯的诉讼，假如我们设定：一、法庭将明确作出是非判决，则尤拉苏斯在诉讼中要么胜诉、要么败诉；并且我们进一步设定：二、对于该诉讼，只采取两种执行方式，即要么按照法庭判决执行，要么按照合同执行。如果我们将该问题中“普罗泰哥拉在诉讼中胜诉”表示为 p，“该诉讼按照法庭判决执行”表示为 q，“尤拉苏斯需要把另一半学费付给普罗泰哥拉”表示为 r，那么在前述设定下，“尤拉苏斯在诉讼中胜诉”可表示为 $\neg p$，“该诉讼按照双方合同执行”可表示为 $\neg q$，“尤拉苏斯不需要把另一半学费付给普罗泰哥拉”可表示为 $\neg r$。

这样，粗略地看，普罗泰哥拉的推理结构是：

（31）$\neg p \to (\neg q \to r), p \to (q \to r), \neg p \vee p \vdash r$

而尤拉苏斯的推理结构是：

（32）$p \to (\neg q \to \neg r), \neg p \to (q \to \neg r), p \vee \neg p \vdash \neg r$

实际上，严格地看，普罗泰哥拉的推理结构是：

（33）$\neg p \to (\neg q \to r), p \to (q \to r), (\neg p \wedge \neg q) \vee (p \wedge q) \vdash r$

而尤拉苏斯的推理结构是：

（34）$p \to (\neg q \to \neg r), \neg p \to (q \to \neg r), (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \vdash \neg r$

一般认为，普罗泰哥拉和尤拉苏斯的推理结构都是二难推理，这主要是基于把普罗泰哥拉和尤拉苏斯的推理结构视作（31）式和（32）式的误解。稍加分析，即可发现，即使（31）式和（32）式的推理结构，也不是一个严格的二难推理结构。因为，二难推理指的是以两个充分条件假言判断和一个选言判断为前提，根据充分条件假言判断和选言判断的逻辑性质得出结论的推理。二难推理的特点是，由选言判断肯定两个充分条件假言判断的前件，结论就肯定两个充分条件假言判断的后件；或者由选言判断否定两个充分条件假言判断的后件，结论就否定两个充分条件假言判断的前件。在（31）式和（32）式中，尽管推理的前提是两个充分条件假言判断和一个选言判断，但是其选言判断既非“肯定两个充分条件假言判断的前件”，也非“否定两个充分条件假言判断的后件”。因为（31）式等价于：

（35）$(\neg p \wedge \neg q) \to r, (p \wedge q) \to r, \neg p \vee p \vdash r$

其中的两个充分条件假言判断的前件是 $(\neg p \wedge \neg q)$ 和 $(p \wedge q)$，而不是 $\neg p$ 和 p，选言判断 $\neg p \vee p$ 并没有“肯定两个充分条件假言判断的前件”，当然，也没有“否定两个充分条件假言判断的后件 r”，因此，普罗泰哥拉的推理结构不是一个正确的二难推理，严格地说，甚至不是一个二难推理形式。

同样，尤拉苏斯的推理结构也不是一个正确的二难推理。

那么，严格塑述的普罗泰哥拉和尤拉苏斯的推理结构（33）式和（34）式是否就是正确的二难推理呢？同样不是！那么，他们究竟错在哪里呢？

一个有效的二难推理需要满足下列条件：第一，前提中的假言判断必须是充分条件假言判断；第二，前提中的选言判断，其选言支应该是穷尽所有可能的情况；第三，推理规程要符合充分条件假言推理和选言推理的规则。我们先来看普罗泰哥拉的推理结构，（33）式等价于：

（36）$(\neg p \wedge \neg q) \to r, (p \wedge q) \to r, (\neg p \wedge \neg q) \vee (p \wedge q) \vdash r$

从形式上看，该推理确实是一个二难推理形式，并且满足一个有效二难推理上述三个条件中的第一条和第三条。但是它不满足第二条！因为即使在我们前述两个设定的条件下，该诉讼所有可能的情况应该是四种：（1）普罗泰哥拉在诉讼中胜诉，并且诉讼按照法庭判决执行（$p \wedge q$）；（2）普罗泰哥拉在诉讼中胜诉，并且诉讼按照双方合同执行（$p \wedge \neg q$）；（3）普罗泰哥拉在诉讼中败诉，并且诉讼按照法庭判决执行（$\neg p \wedge q$）；（4）普罗泰哥拉在诉讼中败诉，并且诉讼按照双方

合同执行（$\neg p \wedge \neg q$）。而普罗泰哥拉只选择了对自己有利的（4）“$\neg p \wedge \neg q$”和（1）“$p \wedge q$”，而故意遗漏了其他两种情况。作为二难推理前提中的选言判断，其选言支应没有穷尽所有可能的情况，这违反了排中律，犯了“虚假排中”的逻辑错误！

同理，尤拉苏斯也违反了排中律，同样犯了“虚假排中”的逻辑错误！

普罗泰哥拉和尤拉苏斯两个人都是诡辩！

5 基于排中律之“上帝不是万能的”证明分析

“上帝不是万能的”证明的主体脉络是：

> 试问：“上帝能否创造出一块他自己也搬不动的石头？”
>
> 如果能，那么上帝不能搬动他创造的那块石头，所以上帝不是万能的；如果不能，那么上帝有一件事情做不了，所以上帝也不是万能的。或者能或者不能，总之，上帝不是万能的。　（[2]，第 54–55 页）

关于该证明的分析很多（[4]），这里不打算对此作全面、深入的讨论。下面我们专注于从排中律的角度来分析该证明中存在的逻辑谬误。

如果我们将该证明中“上帝能创造出一块他自己也搬不动的石头”表示为 p，将“上帝不能搬动他创造的那块石头”表示为 q，将“上帝有一件事情做不了”表示为 r，将“上帝不是万能的”表示为 s，则该证明的基本推理结构是：

（41）$(p \to q) \wedge (q \to s), (\neg p \to r) \wedge (r \to s), p \vee \neg p \vdash s$

如果我们舍弃证明的中间过渡环节 q、r 等，则该证明的主体结构可简化为：

（42）$p \to s, \neg p \to s, p \vee \neg p \vdash s$

该推理结构就是一个二难推理的形式，并且是满足一个有效的二难推理所需要满足的三个条件的二难推理。这是很多人误以为该证明是一个完美证明的主要原因之一。

但是，如果利用排中律来对该证明的推理结构进行细致推敲，则其实不然！

进一步进行细致的分析可以发现，在该二难推理的证明中，僻开“上帝能否创造出一块他自己也搬不动的石头？”这一问题是否合理的讨论之外，对于该问题首先存在“能创造出一块他自己也搬不动的石头”（记为“可能 1”）与“不能创造出一块他自己也搬不动的石头”（记为“可能 2”）两种可能。其次，对于“能创造出一块他自己也搬不动的石头”实际上还可以分析为两种可能，即“上帝能创造出一块他自己也搬不动的石头，并且实际地创造出了这块石头”（记为“可能 11”）“上帝能创造出一块他自己也搬不动的石头，但是实际上尚未创造出这块石头”（记为“可能 12”）。在“上帝不是万能的”的证明中，“如果能，那么上帝不能搬动他创造的那块石头”这一充分条件假言判断只在“可能 11”的情况下成

立。但是在“可能 12”的情况下，“如果能，那么上帝不能搬动他创造的那块石头”这一充分条件假言判断并不成立，因为“那块石头实际并不存在”。

更进一步地分析“上帝不能搬动他创造的那块石头”这一关系语句，可以将其表示为：“存在一块石头 a，a 是由上帝创造的，但是上帝不能搬动 a”，即“上帝不能搬动他创造的那块石头”可以表示为三个子语句。但是由“可能 12”“上帝能创造出一块他自己也搬不动的石头，但是实际上尚未创造出这块石头”并不能得出“存在一块石头 a，a 是由上帝创造的”，因此，在“可能 12”的情况下，“如果能，那么上帝不能搬动他创造的那块石头”这一充分条件假言判断并不成立。

从推理结构上看，“上帝不是万能的”证明的完整结构应该是：

（43）$(p \wedge t) \rightarrow s, (p \wedge \neg t) \rightarrow s, \neg p \rightarrow s, ((p \wedge t) \vee (p \vee \neg t)) \vee \neg p \vdash s$

（其中，t 表示的是“上帝实际地创造出了这块石头”）

而“上帝不是万能的”证明实际给出的是：

（44）$(p \wedge t) \rightarrow s, \neg p \rightarrow s, (p \wedge t) \vee \neg p \vdash s$

从排中律的角度看，该证明对于所有可能 $p \wedge t$、$p \wedge \neg t$ 和 $\neg p$，只是考察了 $p \wedge t$ 和 $\neg p$ 两种可能，而遗漏了 $p \wedge \neg t$ 这一可能。因此，“上帝不是万能的”证明同样犯了“虚假排中”的逻辑错误！

为了避免问题“上帝能否创造出一块他自己也搬不动的石头？”本身是否合理的干扰，进一步凸显“上帝不是万能的”证明中存在的上述错误，我们可以将设问的问题替换为一个极其普通的问题，如“上帝是否可以缚住右手（使自己不能用右手吃饭）？”该问题显然不像“上帝能否创造出一块他自己也搬不动的石头？”那么烧脑，而且这是一个普通人都可以实现的事情，即使万一自己不能缚住右手，可以请其他人帮忙。以此设问，我们来仿照“上帝不是万能的”证明的推理结构，可以有如下的“疑似证明”。

> 试问：“上帝是否可以缚住右手（使自己不能用右手吃饭）？”
>
> 如果能，那么上帝不能用右手吃饭，所以上帝不是万能的；如果不能，那么上帝有一件事情做不了，所以上帝也不是万能的。或者能或者不能，总之，上帝不是万能的。

针对新问题，“如果能，那么上帝不能用右手吃饭，所以上帝不是万能的”中存在的“虚假排中”就一目了然了。即使“上帝可以缚住右手”（这是常人都可以做到的事情，何况是上帝），但是由此得不出“上帝不能用右手吃饭”，因为“可以缚”而“未必缚”，有这个“缚住右手”的能力，而未必实际应用了这个能力。

其实，对于一个行为 p，不难看出由“可以（能）p”并不能得出“实际 p”。尽管一个人在同一时空，有若干可以（能够）进行的行为 p_1、p_2、$\cdots$、p_n，但是最终的实际，对于其中的任一行为 p_i，一定存在两种可能：“进行了 p_i”或者“未进行 p_i”。

6　结语

基于亚里士多德所表述的排中律的基本思想，在元逻辑的视野下，可以给出排中律更为一般的表述："对于穷尽所有的可能，至少有一种可能存在"，该表述可以统摄其他相关表述。

基于对不同"可能"的分析可以看出，同一律、不矛盾律和排中律等三个基本规律是对"逻辑可能"进行划分的基本属性；由此也可以得出，违反排中律的基本要求所犯的逻辑错误，除了常见的"两不可"之外，还有一种"虚假排中"的逻辑错误。

据此重新对"半费之讼"疑难和"上帝不是万能的"的证明进行分析，可以看出这两个证明的论证形式都违反了排中律，它们都犯了"虚假排中"的逻辑错误！

从"虚假排中"的视角对相关论证疑难进行分析，可以进一步彰显排中律作为理性分析工具的价值和功能。

参考文献

[1] Aristotle, 1955, *The Works of Aristotle Translated into English under the Editorship of W. D. Ross*, **Vol. 1**, Oxford: Oxford University Press.

[2] P. Łukowski, 2011, *Paradoxes*, Dordrecht: Springer Science & Business Media.

[3] 杜国平，傅庆芳，"3 值逻辑与经典 2 值逻辑关系探究"，*安徽师范大学学报（人文社会科学版）*，2012 年第 6 期，第 668–672 页。

[4] 何向东（主编），*逻辑学教程（第三版）*，北京：高等教育出版社，2010 年。

[5] 何向东（主编），*逻辑学（第二版）*，北京：高等教育出版社，2018 年。

[6] 金岳霖，*逻辑*，北京：北京理工大学出版社，2017 年。

[7] 彭漪涟，马钦荣（主编），*逻辑学大辞典*，上海：上海辞书出版社，2004 年。

[8] 冉兆晴（主编），*普通逻辑教程*，北京：中国政法大学出版社，2007 年。

[9] 孙明湘，"论在不同逻辑系统中的排中律"，*中南大学学报（社会科学版）*，2010 年第 5 期，第 27–29 页。

[10] 亚里士多德（著），苗力田（译），*形而上学*，北京：中国人民大学出版社，2003 年。

[11] 亚里士多德（著），吴寿彭（译），*形而上学*，北京：商务印书馆，1959 年。

[12] 周云之，"形式逻辑的排中律正名——评十一本形式逻辑著作对排中律的论述"，*中国社会科学*，1981 年第 2 期，第 141–150 页。

（责任编辑：执子）

The Law of Excluded Middle as an Analytical Tool

Guoping Du

Abstract

The law of excluded middle is one of the three fundamental laws of logic. According to Aristotle's ideas, it can be expressed more generally as follows: for the exhaustion of all possibilities, at least one possibility exists. Through a purely rational analysis of "possibility", a unified interpretation of the reasonableness of the three fundamental laws of logic can be given from the point of view of classification, and this reveals another imperceptible error that violates the law of excluded middle - "false dilemma". By applying the law of excluded middle, we can re-analyze such puzzles as the "proof that God is not omnipotent" and the "paradox of the court", and find that they all make the mistake of "false dilemma". The law of excluded middle is an important tool for rational analysis.

Guoping Du School of Philosophy, University of Chinese Academy of Social Sciences
Institute of Philosophy, CASS
dgpnju@163.com