

从弗雷格理论看逻辑常项

余俊伟

摘要: 自塔尔斯基提出逻辑常项（逻辑概念）的变换不变性标准以来，人们相继提出了同构、同态与潜同构等不变性标准。这种考察方式从形式语义学的角度，给出代数刻画，虽然精确但都与人们既有的逻辑概念有明显差异。通过分析弗雷格的论述，可以合理地推断出逻辑常项的本质在于描述真，进而得到弗雷格标准。据此标准有两类逻辑常项，一类以真为描述对象，即真值函项。另一类是以谓述本身为描述对象，且能归约为基本逻辑关系。后者也即量词，刻画了“是真”。弗雷格标准深化了我们对逻辑以及逻辑与哲学关系的认识。运用此标准分析集合论的属于关系、模态、规范等概念会获得与流行看法很不相同的认识。

关键词: 逻辑常项；弗雷格标准；是真的规律；谓述的层次

中图分类号: B81

文献标识码: A

1 问题的提出

逻辑常项¹是与变项相对而言的，二者共同构成了命题结构与推理结构。“所有 S 是 P ”“如果 p ，那么 q ”都是常见的例子。这种结构决定了命题与推理的品质特性。变项只是参数，逻辑常项决定结构的类型。对具体的语句，我们为什么仅将其中的某些语词看作逻辑常项？如“所有商品是有价值的”，我们为什么将“所有”与“是”、而不是将“商品”与“有价值的”看作逻辑常项？是什么性质将“所有”与“商品”区分开来？这就是逻辑常项（概念）的界定标准问题：什么概念属于逻辑学概念。

对此问题的探讨可追溯到塔尔斯基（A. Tarski）的一篇名为《什么是逻辑概念？》（“What are logical notions?”）的论文。这篇论文的思想又要追溯到克莱因

收稿日期: 2023-05-05; 修订日期: 2023-10-21

作者信息: 余俊伟 中国人民大学哲学院
yujw@ruc.edu.cn

基金项目: 国家社科基金重大项目“逻辑词汇的历史演进与哲学问题研究”（批准号: 20&ZD046）。同时，本文受中国人民大学 2023 年度“中央高校建设世界一流大学（学科）和特色发展引导专项资金”支持。

致谢: 2022 年 11 月 2 日，作者受张留华教授邀请为华东师范大学哲学系主办的“逻辑与规范”作线上讲座（第 5 讲）。这场讲座的内容构成了本文的主要内容。作者在此对张留华教授的邀请表示感谢。根据匿名审稿人的意见，作者完善了对模态词的界定和第二类逻辑常项的表述。作者在此对他们表示诚挚的感谢！

¹逻辑常项所表达的即为逻辑概念。相关文献有的侧重语言，用逻辑常项；有的侧重所表达的，用逻辑概念。因为语言与所指间的关系不是本文讨论重点，所以本文根据上下文选择术语，不作特别区分。

(F. Klein) 的爱尔兰根纲领 (Erlanger Programme): “几何性质不被主群 (principal group) 变换 (transformation) 改变, 并且反之, 几何性质被主群变换下保持不变所刻画。” ([9], 第 218 页) 例如, 对相似变换保持不变的, 是度量几何学中的性质, 如相似性 (形状、角度); 使用对仿射变换保持不变, 得到仿射几何学 (描述几何学) 中的概念, 基本的就是平行性 (共线); 使用射影变换保持不变, 得到射影几何学的不变性, 基本的有同素性、关联性, 而使用对连续变换保持不变, 得到拓扑学中的基本概念, 即连通性。扩大变换类, 得到越来越普遍的几何概念。克莱因用变换群将当时已建立的一些几何学分支统一起来, 深化了人们对几何的认识。

塔尔斯基受此启发提出, 扩大变换类为最为一般的变换, 以对所有变换保持不变为标准 (以下简称变换不变性标准, 对其他标准使用类似简称) 就得到最具普遍性的概念。塔尔斯基认为, 这种最具普遍性的概念就是逻辑概念。 ([13], 第 149 页)

塔尔斯基由此得出, 首先, 对于类, 仅有“全类”与“空类”符合变换不变性标准; 对于关系, 仅有全关系、空、相等、相等的补这四个符合变换不变性标准。接着, 在类的类或性质这一层次, 符合标准的是涉及数目的概念, 例如“有三个元素”“有四个元素”等。以上是相应层次上仅有的逻辑概念。 ([13], 第 150–151 页)

塔尔斯基使用严格精确的数学方法界定逻辑概念, 所得到的结果清晰明确。但问题在于, 所得结果是不是就是我们所欲得到的。放宽对变换的特性要求, 使用最一般的变换考察概念, 似乎得到了更为一般的概念, 但是该方法还将一些通常不被视为逻辑概念的概念纳入进来了。例如, “有三个对象”这样的概念。由此看, 变换不变性标准至多只是必要条件, 而非充分条件。

也就是说, 即便是用最一般的变换, 我们依然不能准确地抓住直观的逻辑概念。数学研究通常都将变换下不变的结构视为相同的。形式语义学使用代数结构解释形式语言, 自然也就要求逻辑符号所表达的在变换下不变, 塔尔斯基的变换性标准为必要条件这个结果是可以预见的。

为寻找充分条件, 陆续有学者沿着塔尔斯基的思路推进这项研究, 主要包括谢尔 (G. Sher)、费弗曼 (S. Feferman)、博奈 (D. Bonnay) 等, 用与变换类似的其他概念, 如 (跨域) 同构、同态、潜同构等代替变换, 克服变换不变性标准的不足。这些工作本身也表明, 人们对什么是逻辑概念有不同的理解。

谢尔将所考察的逻辑概念视为运算。这与今天形式语义学对逻辑常项的处理方式相同: 将全称量词不是视为全类, 而是看作高阶概念。这类似于将通常的概念或关系, 如人、猫、爱慕、整除等等, 看成其相应的特征函数 (运算)。

一个非空子集 (即论域) 附带它的 (一组) 子集、它的卡氏积的 (一组) 子集构成了一个结构。例如, 令 $S = \langle A, b_1, b_2 \rangle$, 其中 $A = \{1, 2, 3\}$, $b_1 = \{1, 2\}$, $b_2 = \{\langle 3, 2 \rangle, \langle 3, 1 \rangle\}$ 。 S 就是一个结构。现在人们一般地考虑两个型相同 (即论域

所附带成分的类型相同)但域不同的结构之间的变换。如果有一个变换使得一者之域是另一者的映射值,且对所附带成分也有类似的结果,就称二者是同构的。例如,有一个结构 $T = \langle B, c_1, c_2 \rangle$, 其中 $B = \{x, y, z\}$, $c_1 = \{x, y\}$, $c_2 = \{\langle z, y \rangle, \langle z, x \rangle\}$ 。 T 的型与 S 的相同, 而且同构, 因为将 1, 2, 3 分别映射成 x, y, z , 符合上述同构的定义。

如果在某个同构下, 概念或关系的特征函数运用于一者的子集(或适当的卡氏积的子集)的结果, 与运用于另一者相应的子集(或适当的卡氏积的子集)即前一个子集在变换下的值的结果相同, 就称这两个结构在该同构下保持不变。谢尔认为, 逻辑概念就是那些在所有同构下保持不变的概念。这即为同构不变性标准。([12], 第 302–305 页)

麦吉(V. McGee)证明, 由塔尔斯基提出并由谢尔发展([11])的标准所界定出的逻辑概念(运算)可归为等同、变元代入、否定、有穷与无穷析取、有穷与无穷多个变元的存在量化这几个运算(关系), 即由这几个有限的运算与关系所复合得到的全部运算恰好就是上述标准所界定的。([10], 第 567、572 页)麦吉在此不是提出一个新的标准, 而是对塔尔斯基与谢尔的标准做了进一步解析与澄清。

费弗曼正确地指出, 同构不变性标准得到的“所有”概念, 不是逻辑上的量词“所有”, 因为量词“所有”适用大小不同的域, 或者严格以上述方式叙述, 对于适用全域的两个概念, 尽管各自的全域大小并不相同, 因而各自所属的结构并不同构, 但“所有”这个概念均适用它们。因此, 同构不变性标准不仅将某些(在通常意义上的)非逻辑概念纳入进来, 而且按此方式得到的全称量词, 跟人们通常理解的全称量词也有差距。于是这个标准是必要条件甚至也变得可疑起来。费弗曼提出以同态不变性代替同构不变性标准。([5], 第 43–47 页)

但是, 费弗曼的标准也有缺陷。他的标准将等同(也称等词、同一)排除在外, 他的理论无法给等同在哲学研究中的特殊地位以恰当的说明。(参见 [5], 第 44 页。在后文, 我们提出了弗雷格标准, 据它同样得出等词不是逻辑概念, 但它可对等词的特殊性予以合理说明。)

博奈沿着塔尔斯基的思路, 提出用潜同构不变性替代其他标准。([2], 第 46 页)根据现有的代数研究结果, 两个至多可数结构间的潜同构就是同构(博奈的潜同构即为部分地同构)。([4], 第 260–261 页)于是, 费弗曼上述对塔尔斯基与谢尔的标准批评也适用于博奈的标准, 博奈的标准同样不能令人满意。

上述每个标准对逻辑概念提出了一种理解, 给人以启发, 但同时每个也有其值得商榷之处。争议焦点最终都归于逻辑是什么这个问题。该问题难有普遍接受的答案, 因而争议也就难以解决。与逻辑是什么这个问题所面临的极大争议相比, 几何学是什么、其研究对象是什么, 争议就小得多。即便有争议, 也有公认的几个选项, 问题就明确为如何将几个选项统一起来。而这正是爱尔兰根纲领完成的。塔尔斯基或许正是因为看到了这一点, 因而对逻辑是什么避而不谈, 只是用变换

不变性标准分析,看能得到哪些逻辑概念。([13],第145页)尽管逻辑概念是什么与逻辑是什么二者紧密相关。

因而,我们不妨从已经获得广泛认可的逻辑来考察。当前获得广泛认可的是一阶逻辑。一阶逻辑有标准的语义解释,有紧致性定理与勒文海姆-斯科伦定理(Löwenheim-Skolem Theorem)。林德斯特伦定理(Lindström's Theorem)表明,上述两个定理在某种意义上刻画了一阶逻辑。([4],第282页)通常使用初等等价——两个结构满足相同的一阶句子,表述结构被一阶语言所刻画的程度。初等等价相当于有穷地同构。([4],第263页)有穷地同构只有在所涉结构为有穷的情况下才是同构。([4],第261页)它比潜同构(即部分地同构)还弱。有穷地同构不变性标准得到的逻辑概念的确比同构不变性标准得到的少了许多。然而,其结果依然有不能令人满意的地方。

一方面,一阶语言依然能够定义有穷基数。我们又遇到了同构不变性标准所面对的一样问题。而反过来,逻辑就是仅指一阶逻辑,一直也有争议。反对者通常用模态逻辑来反驳。而支持者如蒯因,认为模态逻辑并不是逻辑,直接否定了它的量化资格。(参见[15],第138-139、142页)

另一方面,更为重要的是,定义出的这些逻辑概念有可数无穷多个,而我们寻找的是基本逻辑概念,它们是能够衍生出逻辑概念的根。这是说,就像平行性是仿射几何学所特有的基本不变性,从它(与包含了仿射几何学的射影几何学中的基本不变性)得到其他仿射不变性。因此,即便按通常所做的,将包含量词在内的常见几个逻辑常项作为初始基本概念,依然需要回答关键的问题:为什么将它们视为逻辑常项?

克莱因以变换不变性为标准,得到一根将已有类型的几何学很自然地贯穿起来的线索。我认为这种界定能成功很重要的原因是,几何学概念本身就是描述空间结构,它们自身也可被代数解析,使得结构类型在变换下的不变与几何学(概念)类型有着良好匹配关系。逻辑概念描述什么呢?即便答案有不只一种,但人们通常认为不是结构。

结构在现代逻辑中占据重要地位是由于它是形式语义学的重要概念。现代逻辑起源于数学基础研究,并在其中发挥巨大作用,成果斐然。这些成果与现代逻辑采用的形式化方法密不可分,与形式语义学高度关联。这也就使得形式语义学在当下几乎就等同于语义解释。然而,这并不意味着结构就是逻辑研究的对象。

由以上分析,我认为,始自塔尔斯基的用某种结构变换下保持不变界定逻辑概念的做法,其合理性值得怀疑。从克莱因统一几何学的标准,我们得到的启示,不是直接扩大变换类来获得更普遍的概念,而是要注意到变换群本身与几何学研究的对象的联系,我们应考察逻辑学所研究的对象,从逻辑学的目标与任务中寻找逻辑概念区别于其他学科概念的标志。不过,关于逻辑学研究对象及其目标与任务,学界多有分歧。本文接下来的讨论基于弗雷格的文本,从弗雷格理论审视

上述问题，得到逻辑常项的标准，进而明确逻辑常项。

2 弗雷格理论与逻辑常项的标准

2.1 逻辑学的任务与基本逻辑关系

弗雷格说：“发现真是所有科学的任务，逻辑却是要认识是真（Wahrsein）的规律。”（[14]，第 129 页）为了与心理学划清界线，弗雷格规定“逻辑的任务是发现是真的规律”。（[14]，第 130 页）是真的规律就是他在《概念文字》中创建的理论所呈现的，并在后来继续发展的理论中（包括在《算术基础》、《算术基本规律》等文献中）所展现的。考察他的理论，可以洞察弗雷格有关逻辑常项的思想。

他的《概念文字》第一章首先界定了几个符号，它们分别表达了判断、条件、否定、内容同一、函数以及普遍性这些概念。除了判断与函数外，其他几个都是我们今天普遍认可的逻辑常项。（[14]，第 6-33 页）弗雷格所说的“是真的规律”正是通过这几个逻辑常项来展现的。而为了理解弗雷格为什么选择这些作为逻辑常项，我们需要借助思想这个概念。

弗雷格称“思想是能借以考虑真的东西”。（[14]，第 132 页）否定与条件都是作用于思想上，构成思想结构。

停留在思想结构层面，也就是止步于思想，我们得到的就是命题逻辑。这是关于真值函数的理论。对这一层次的逻辑常项的认定，人们没有疑问，因为其作用对象本身是真值，其揭示真的规律的角色毋庸置疑。困难出现在另一个层次。有些概念并非直接作用于真值之上，如表达普遍性的概念，弗雷格是出于怎样的考虑将其置于逻辑之中的，这是我们重点要关注的。

答案在于下面这句话中。“逻辑的基本关系²是一个对象处于一个概念之下的关系；概念之间的所有关系都可以化归为这种关系。”（[14]，第 120 页）

这句话用我们今天更常见的语言表述就是，逻辑的基本关系是某具体对象具有某确定性质，如“北京是首都”。通常用形如“ a 是 P ”这样的语句表达。弗雷格用函数结构替代自然语言的主谓结构，将其表示为“ $P(a)$ ”或更简单地“ Pa ”。（函数结构视角的优势将在下一小节对普遍性的讨论中显示出来。）“ a 是 P ”被视为最简单语句形式，表达了传统逻辑中的单称判断。其他更复杂的语句都基于此。这些更复杂的语句所表达的关系也可化归为上述基本逻辑关系。各式各样的具体对象具有各种各样的性质。这也被表述成，这些性质描述（或谓述）了这些对象。

具体的性质与对象间的谓述关系是否成立，表述这种关系的语句是否为真，乃性质与对象所属的具体学科的研究任务；而真本身，才是逻辑学研究的目标。因而此处真应被视为抽象掉经验内容的先验真，而非经验真。（[20]，第 15-17 页）

²请读者注意，“逻辑的基本关系”（英文是“the fundamental logical relation”），指逻辑基本结构，并非指这样一个关系是本文意义上的逻辑关系或（更一般地）逻辑概念。

单独的概念或对象无所谓真，只有二者结合，构成谓述关系，才有是否为真的问题。结合的最简情形即为弗雷格所说的一个对象位于一个概念之下这种基本逻辑关系。一般地，概念谓述对象，结果为真或假。考察这种谓述而获得真的一般规律是一种“是真的规律”。我认为，揭示这一规律且能还原为基本逻辑关系的概念就是逻辑概念。我们可合理地以此作为逻辑常项之标准（以下简称为弗雷格标准）。

由此，我们得到另一类逻辑常项。其谓述对象不是真，而是概念。它是关于概念，而不是关于对象的，描述了概念的谓述性，描述了关于谓述的一般规律。因为它所谓述的是谓述（即概念谓述对象），因而被它谓述的概念保留了谓述特征，即保留了空位。如，量化结构 $\forall x\Phi(x)$ 的括号所标示的。正因为如此，这种逻辑常项表达的概念比被其描述的概念高一层级，是所谓的高阶概念。这种高阶概念的典型代表就是通常说的量词。

例如，“所有人都是有心脏的”中的全称量词“所有”，谓述了人与有心脏两个概念复合而成的关系，而这种复合关系本身谓述对象。因此，可以说，全称量词描述了这种复合关系与对象间的谓述关系的某种特性，实际上也就是普遍性。以下具体分析全称量词（普遍性）是如何由基本逻辑关系引出的。

2.2 谓述与普遍性

在《概念文字》中弗雷格引入全称量词时使用的标题是“普遍性”（generality），而不是“全称量词”。在《逻辑导论》中弗雷格也是如此安排的。他说，“只有在这里才促使我们将一个思想分析为一些不是思想的部分。”（[14]，第236页）也就是普遍性所处理的不同于真值函数所处理的。弗雷格所说的“不是思想的部分”，最简单的是指这样一种情况：把思想看作是完整的，将其中某（完整的）成分去除，这样就留出了空位。所剩下的部分带有空位，是不完整的。普遍性就是指，无论将什么（完整的）成分代入至空位处，所得到的完整思想是真的。这就是弗雷格说的，为了分析普遍性，就要将一个思想分析为一些不是思想的部分。

传统逻辑中单称肯定判断所断言的就是完整思想里最简单的情形，也即前面提到的一个对象位于一个概念之下这一基本逻辑关系。单称肯定句被解析成指称对象的专名部分与指称概念的谓述部分（谓词）。例如，“北京是首都。”“北京”是专名，“首都”是谓词（弗雷格称之为概念词）。将其中的专名去掉，剩下的就是“（ ）是首都”。“（ ）是首都”被弗雷格视为函数。它在某些对象上（如，北京）取值为真，在另些对象上（如，上海）取值为假。从语言上看就是，将指称一些对象的名称填入空位（括号），得到真语句；将指称另一些对象的名称填入空位，得到假语句。普遍性就是指，无论将什么表达式代入空位，所得的完整的表达式即语句都真。普遍性运用于“（ ）是首都”就得到：无论什么（对象）（都）是首都。只要讨论范围是明确的，首都这个概念是明确的，那么“无论什么（都）

是首都”的真值，即普遍性的结果，就化归为讨论范围内的对象是否位于概念首都之下这一基本逻辑关系了。

对更复杂的完整语句也可作类似分析。例如，“如果北京是首都，那么北京是古都”，去掉专名就得到：如果（ ）是首都，那么（ ）是古都。再运用普遍性于其上得到：无论什么对象，如果它是首都，那么它是古都。其自然语言表达形式就是通常的全称肯定句：所有首都都是古都。对两个概念间关系的描述，据此被解析成对象位于概念之下、真值函数以及讨论范围三者间的关系了。

对包含不同专名的完整语句，如：“如果张珊比李思年长而李思是成年人，那么，张珊是成年人。”将其中的专名“张珊”去掉，普遍性运用于其上，得到：

- 对任意个体，如果他比李思年长而李思是成年人，那么，他是成年人。

还可继续运用上述操作于“李思”。不过，两次普遍性所关联的对象不同，为避免混淆，就要明确指代。先将上述所得普遍性语句中的“个体”及其指代“他”，统一以“ x ”代替，接着将其中的“李思”去掉，再实施类似普遍性操作，就得到：

- 对任意 y ，对任意 x ，如果 x 比 y 年长而 y 是成年人，那么， x 是成年人。

由以上获得普遍性的操作过程易见，普遍性是对一个概念在一个讨论范围的全体对象的适用性，本质上就是函数值恒为真。将概念视为带空位的函数这一思想在其中扮演了关键角色。不同学科理论处理各自相关领域的问题，内容不一，但它们都追求自己领域的规律、真理，探寻（广义上的）一些概念或概念间的普遍联系。弗雷格逻辑讨论的普遍性就是对这种各领域中普遍联系的进一步概括，是对这些不同领域里规律（谓述对象）的共同特征的描述，是对这些不同领域中的真做最大程度概括后的结果，也就是前面提到的先验真。

我们接下来再分析作为二元关系的谓述的关系项，根据弗雷格标准进一步明确哪些概念描述了是真的规律，是逻辑概念。

2.3 谓述与逻辑常项

第一个关系项是概念。撇开谓词的（弗雷格意义上的）涵义，仅从其所指即概念来看，对它的最低要求就是界线明确。也就是弗雷格在《算术基础》中指出的：“人们着眼于证明的严格性，从逻辑的观点对一个概念所能提出的全部要求仅是，它的适用界限明确，对于每个对象，我们能明确地判断它位于那个概念之下否。”（[7]，第 87 页）这是概念的明确性。讨论其他谓述关系都基于此前提。满足了这一要求，“概念之间的所有关系都可以化归为这种关系。”我认为这是弗雷格关于概念的逻辑观。循此我们探寻弗雷格有关谓述一个概念的思想。

将对一个概念的谓述归约为基本的逻辑关系，就相当于将其归约为运用这个概念于论域中的对象的全部结果即真值，于是就化归为真值函数。考虑到最一般

的情形,对论域的大小不应作限制。在常用的真值函数中,适合这种情形的就是上述所有结果之合取或析取,如此得到的即是全称量词与存在量词这两个逻辑常项。仅使用如上条件,能得到的也仅有这两个。前者表达了普遍性,这正是弗雷格在介绍量词时所用的标题,它是谓词逻辑所要刻画的主要特性,在推理研究中占据核心地位,反映了演绎推理的本质。我们将在第3节再次提及普遍性,表明对逻辑推理的一些误解源于没有认识全称量词的特性。

如果我们允许论域还可包括个体的类、甚至类的类,那么谓词逻辑就可递进到高阶。而从弗雷格的化归标准来看,这是允许的。弗雷格所构建的概念文字本身就是高阶的。

第二个关系项是对象。撇开个体词的涵义,仅从其所指即对象来看,对它的最低要求是:自身的独特性,也就是其与自身、且仅与自身同一。这也即为通常说的对象的明确性。这一要求是所有对象都须满足的。因此,(恰与自身)等同这个概念,具有广泛的普适性,不依赖对象任何其他信息。从这一点看,它接近于逻辑概念(更准确地说是关系)。不过这个概念与描述第一个关系项(概念)的概念分属不同的层次,它是描述对象的概念,属于一阶概念,而后者描述概念,比前者高一个层次。从描述概念的谓述这个要求来看,等同不是逻辑概念,而从强调逻辑概念的基本性来看也可得出同样的结果。(从实际使用来看,等同可从其他概念推导得出。因为涉及较多技术细节与哲学讨论,这里不便详细展开讨论。)

形而上学通常将实体本质表达成是其所是,其逻辑表述就是与自身等同。如果仅停留于实体本质层面,逻辑所获得的其基本特性与形而上学所得到的是相通的。这也从侧面说明,逻辑本质上是研究概念的谓述规律性;而形而上学研究的焦点显然落在实体与对象上。

总之,一个语词(概念)如果是第二类逻辑常项,则应是关于谓述的最一般规律,且能够归约为弗雷格指出的基本逻辑关系。使用这个弗雷格标准,我们得到两个逻辑常项,分别是全称量词与存在量词,前者表达了谓述的一种普遍性。

3 弗雷格标准的哲学与逻辑意蕴

3.1 哲学意蕴

弗雷格标准与同构不变性标准相比,缺点是不够精确,毕竟“同构”是严格的数学术语,有非常精确的定义。而“关于谓述的最一般规律”,这种措辞相对来讲就比较模糊。不过,“关于谓述的”“可归约为基本逻辑关系”这些措辞的含义明确,具有很强的可操作性。我们依据它们得到量词为逻辑常项这个结论,后面还将运用它们认定另一些语词不属于逻辑常项。

弗雷格标准的优点是它将逻辑与数学区别开来。其他标准大多都可直接界定出数量概念,但弗雷格标准是先界定出量词,在此之后,(借助导出的等词)可进

一步导出数的概念及其规律。

此外，弗雷格标准能体现出逻辑学规律与数学规律的普遍性层次不同。前者是关于谓述最为普遍、最为一般的规律，是关于是真的最普遍特征。后者依然是关于谓述的，不过是由谓述的最一般规律导出的，是关于谓述的一个方面的特征：涉及量的方面的最普遍特征。这是关于是真的某一个方面的研究，在这个方面的研究导出了对象数，从而与逻辑学研究对象即真区别开来。

论文开头提到，“所有 S 是 P ”中的“是”与“所有”同为逻辑常项。这是传统逻辑采用自然语言的主谓结构的结果。弗雷格以函数结构代替主谓结构，暗含着主目填充函数的空位这种机制取代了系词“是”，系词也就不再出现，自然也就不是逻辑常项。不过，值得注意的是，因为形而上学的研究对象是“是本身”，亚氏逻辑将“是”作为逻辑常项，系词都位居二者的核心，而弗雷格逻辑消解了“是”，从形式上看，亚氏逻辑与形而上学联系更紧密。但实际情况并非如此简单。

依据弗雷格标准，有一类逻辑常项体现了是真的规律、谓述的规律，它们体现了包括哲学研究（尤其是关于本身的形而上学研究）在内的各种研究活动（谓述）所遵循的普遍规律，而非具体的谓述本身所针对的某个主题之规律。相比亚氏理论，弗雷格理论无疑更清晰地区分了谓述层次，明确了逻辑研究所针对的层次，将“是”从逻辑常项中去除，显示了逻辑研究对象不再是实体、本原和本质，而是对实体等事物的认识本身，是谓述，如此便更准确地描述逻辑与哲学的差异。逻辑研究远离了“是本身”，更接近（双重意义上的）真了。

所以，尽管我赞同弗雷格逻辑与亚氏逻辑“在逻辑的观念上是一致的”（[18]，第 95 页），但我认为这是指二者都体现“必然地得出”。但是，二者体现得程度显然是有差别的，这种差别不只是技术上的，也包括技术背后的理念。因为技术上二者有实质性的差异（二者是包含关系而非等同），其背后的哲学理念也就不完全相同。因此，我更倾向于说二者的“哲学基础是一脉相承的”。（[19]，第 88 页）

另外，弗雷格标准揭示了逻辑与哲学的差异，提醒我们不能夸大二者的关联程度，更不能将它们等同起来。二者关联紧密，很大程度上源于二者各自的研究对象“是”与“真”（或者说实体与概念/谓述）的抽象程度极高这个共同特征。这种抽象程度是其他学科所不具备的。如果没有经验科学介入，关于纯粹实体及其性质的哲学断言，在不断被解析追溯后，最后抵达的就是谓述层面纯粹的逻辑意义上的断言。罗素声称“逻辑是哲学的本质”的要义正在于此。（[17]，第 24 页）

3.2 弗雷格标准的逻辑意蕴

以下我们运用弗雷格标准分析一些语词，看它们是否符合这个标准。

从最常见的副词开始。“高兴地”“快乐地”“悲伤地”“迅速地”等，这些都不是逻辑常项。例如，“这些小朋友在快乐地做游戏”。尽管“快乐地”描述了概念谓述对象，但是，它不能归约为基本的逻辑关系。即使关于这些小朋友中的每

一个是否在做游戏，都有明确的答案，依据真值函数，我们仍无法得到“这些小朋友在快乐地做游戏”的真值。

之前我们提到了“大多数”这个词。从同构不变性标准看，它是逻辑常项，但是，从弗雷格标准看，它不是。它无法归约为基本的逻辑关系。放宽标准到高阶语言，它可由逻辑常项定义，就如同在一阶语言里由量词定义恰好有一个元素这个概念。虽然它们可在一阶或高阶语言中定义出来，但与逻辑常项还是有区别。正如前面指出的，我们要寻找的是基本逻辑概念，是全部逻辑概念的根。通过分析，我们发现符合弗雷格标准的仅有量词。试想，假设大多数这个概念替代所有这个概念，作为基本逻辑概念，那么，所得到的逻辑理论将是一种与人们今天广为接受的完全不一样的理论，其中甚至难以建立演绎推理理论，因为它表达的不是普遍性。

逻辑学与数学家都比较关心属于这个集合论核心概念（亦称分子资格，即 membership）的地位。在塔尔斯基看来，由于对变换的域的选取标准不同，属于这个概念的地位，对集合论的不同系统，答案不尽相同。在罗素的类型论中，属于是逻辑概念，因为属于关系要合乎型间的层次对应要求，并且变换也是同型之间的，即个体的类之间、个体的类的类之间等等的变换都是基于最底层的个体间的变换导出的，因此，属于概念满足变换不变性标准，罗素类型论中的属于概念是逻辑概念。但是，策梅罗-弗兰克尔（Zermelo-Fraenkel，即 ZF）公理集合论仅将集合作为对象，而不对集合区分层次，以集合为元素构成的域上的变换，不能令属于关系保持不变，因此 ZF 中的属于概念不是逻辑概念。（[13]，第 152-153 页）

据弗雷格标准，集合间的属于关系是否是逻辑概念？我认为不是。属于这一概念是描述对象的一阶概念。理由如同我们前面分析等同时指出的，它不是关于谓述本身的。它是某个领域（集合论、数学分支）的概念。甚至可以说，与等同相比，它离逻辑概念的标准更远。

但是，属于这一概念也有其特殊性。如果把一个概念的外延看作是由概念导出确定的，那么，属于这一概念可看作由一个对象位于一个概念之下这一基本逻辑关系衍生而来的，因而，属于具有较强的逻辑意味。由此看见，属于这个数学概念、因而一般地，所有的数学概念，即便不是逻辑概念，也与逻辑概念有着很深的亲缘性，关联极为紧密。而上述的从概念到外延的进路，在弗雷格看来也是难以绕开的。（[6]，第 3-4、127 页）³ 因而，如同与哲学的关联紧密一样，逻辑与数学的关联同样紧密。并可进一步说，逻辑学是关于概念的，而数学是关于（概念的）外延的。

接下来我们分析模态词“必然”与“应当”。

³据弗雷格标准，外延算子不是逻辑概念，因为它是由概念得到外延（而不是真值），因而不是关于谓述的一个概念，也就只能被视为一个通常意义上的函数。即便处理成特征函数，又会因外延作为对象身份本身难以在理论中被一致接纳，因而外延算子无法被视为逻辑概念。外延算子涉及弗雷格论证其逻辑主义这一更广的问题，本文不作展开，仅提及一点，弗雷格受其宏伟愿景的鼓舞，在《算术基本规律》中引进的外延算子为其失败埋下了伏笔。

众所周知，历史上蒯因批评模态逻辑，认为这种逻辑在哲学上要诉诸本质主义。在此不考虑哲学上的倾向，从纯逻辑技术角度看，根据两种逻辑标准的形式语义学，人们建立了模态语言与经典语言间的一种标准翻译。（[1]，第 130–137 页）由标准翻译可看出，在框架层次上，模态逻辑相应于二阶逻辑的一个片断。所以，放宽标准到高阶，模态词“必然”与“大多数”一样，可由逻辑常项（与其他谓词一起共同）定义。当然，在像蒯因这样的坚持仅一阶逻辑是逻辑的人眼里，模态逻辑就不是逻辑。而根据弗雷格标准，虽然“必然”不是逻辑常项——因为化归为逻辑的基本关系除了借助逻辑常项外，还要借助一个二元关系或邻域，而后者据弗雷格标准都不是逻辑常项。但模态逻辑是（二阶）逻辑（的一部分）。不过，这个结论是基于模态逻辑的方块算子对应于自然语言“必然”一词，而从弗雷格理论来看，这一点值得怀疑。

在《概念文字》中，弗雷格明确表示：

必然判断和直言判断的区别在于前者暗示普遍判断的存在，由此可以推出句子，而后者没有这样的暗示。如果我把一个句子表示为必然的，我由此就暗示了我的判断理由。但是因为由此并没有触及判断的概念内容，因此必然判断的形式对于我们没有意义。（[14]，第 9–10 页）

这与刚刚指出的由弗雷格标准得到的结果有冲突。

根据上述引文的第一句，弗雷格是将必然判断理解为断定了普遍性，只不过是“暗示”地而非显明地，这与上述借助标准翻译所得的结果大体相合。但是，后面接着说，这个词并不影响判断的概念内容，只是揭示了说话者的判断理由。这表明，弗雷格把“必然”看作与量词不同类型的语词，它不参与表达概念内容，而是在推理层面扮演角色，尤如“因为”“所以”这样的词分别标示了根据与结论。“必然”暗示了有充分根据。充分的保证在于有普遍判断的存在。

综合来看，弗雷格不是像当前学界主流那样将模态词“必然”处理成算子（如模态逻辑标准语义学所显示的），而是将“必然”归入修饰语词，暗示了有全称判断作为所下判断的根据，表明说话者对所下判断有充足的信心。

最后我们将我们的理论运用于其他哲学逻辑领域。

约根森（J. Jørgensen）在《祈使句与逻辑》一文中提出了约根森困境：

根据通常所接受的关于逻辑推理（logical inference）的定义，只有有真假的语句才能作为一个推理的前提或结论；然而，似乎很明显，一个祈使语气的结论可以从两个前提都为祈使语气或其中之一为祈使语气的前提推出来。（[8]，第 290 页）

以下是他本人为说明该困境而给出的两个具体例子：

遵守你的诺言。	像爱你自己一样爱你的邻居。
这是你的一个诺言。	爱你自己。
因此，遵守这个诺言。	因此，爱你的邻居。

我认为，约根森对“一个祈使语气的结论可以从两个前提都为祈使语气或其中之一为祈使语气的前提推出来”感到困惑，本质上是因为他没有区别语句的使用与提及。例子中通常表达了祈使语气的语句内容成为我们所讨论的对象，属于提及。前提与结论出现祈使句本质是对规范运用的描述，而非规范本身（即通常使用）。描述当然可以有真值。推理的正确性恰恰就在于将语句所涉相关品质特性（包括语气、真值）传递至结论。

另外，他没有看到，从推理角度看，第一例子的第一句子更适合看作一个全称句，表达了普遍性。用弗雷格理论分析，其结构为：

- 对任意对象，若其是你的诺言，遵守它。

这样来看，祈使句形式仅现于量词辖域范围内，是整个全称句的一部分。句子所表达的就是：祈使语气表达的适用于某个范围内的所有事物。

根据达米特（M. Dummett）的研究，弗雷格在通常直觉的意义概念里区分出涵义、语调与语力三种成分。（[3]，第83页）笔者指出，语力是“语句具有的传达使用者意向、达到交流目的的力量。意向包括作出断定、表达疑问、抒发感叹、发出命令、作出承诺、给出建议等。”（[20]，第13页）语力属语用范畴。组成推理的语句，其语力受推理使用这一语境所限。在成为被谈论的对象的情境下，语句的用法就属于提及。

这样来看，这个例子与通常的三段论推理的不同仅在于其语句所携带的语力不同，但不同的语力在三段论推理的大前提中均不是使用，而只是提及；两种推理本质上并无区别，均为全称量词特性的运用而已。

第二个例子的第一个句子的形式仅涉及命题逻辑，并不涉及量词，因而其处理需要运用相应的命题逻辑推理规则，具体处理可参见以下的第二点。

雷磊“坚持一种脱离逻辑值的逻辑观”来解决这一困境。“按照这一观念，逻辑不仅与‘真’这种特定的逻辑值无关，也与任何具体的逻辑值无关。”逻辑推断可行是“因为前者在语义上蕴含着后者，这使得作为前提之一般法律规范的逻辑值可以传递给作为结论之个别法律规范”。（[16]，第136页）显然，用语义蕴涵解释逻辑推断可行是恰当的。这与本文所主张的本质是一样的。这种语义蕴涵即为全称量词所体现的逻辑特性，但是我们没有必要抛弃“真”来理解逻辑，因为即便不深入有关真的本体论讨论，倘若不使用“真”，我们还是需要另外某个概念来说明语义蕴涵的特征。

我们还要特别指出三点。第一，如果大前提中模态词是“必然”，那大前提中模态词的辖域会有歧义，上述解析易遭到反驳。例如，有人认为，模态不是施加

在后件上，而是施加在前后件之间的关联上。然而，对于祈使句，这种理解不可行，因为，毫无疑问，祈使句的语气是落在请求行为、命令行动之上。

第二，倘若有人反对上述解析，认为第一句话不适合用现代逻辑的量化公式表达，那么完全可以使用之前分析弗雷格标准时用到的基本逻辑关系，再加上命题联结词，同样可以处理。假设你的诺言总共有 3 个，依次记为 a, b, c 。第一个句子就可化归为：遵守你的诺言 a ，并且遵守你的诺言 b ，并且遵守你的诺言 c 。由此运用命题逻辑即可推出结论。

第三，上述对规范推理的分析方法可以推广到祈使句外疑问句与感叹句类型上。例如：对于疑问句“班上的同学都通过了体能测试吗？”，假设班上共 10 位同学，依次记为 1 至 10，则我们可以将其理解为与下述 10 个疑问句的合取相当：

“班上的同学 1 通过了体能测试吗？”

.....

“班上的同学 10 通过了体能测试吗？”

类似地，对感叹句，如“全班同学玩得多么开心尽兴啊！”也可做如上处理。

理论通常都以全称句表述，断定了一定范围内事物现象的普遍性。检验理论的正确性，或是运用它们指导生产生活实践，都包含了以全称句为前提之一的推理环节。这个环节最核心的逻辑概念就是全称量词，它体现了是真的规律，反映了演绎推理的本质。看清这一点，约根森难题就不成其为难题。

4 总结

我们从弗雷格关于逻辑学研究对象与任务的论述得出，逻辑常项是展现了是真的规律的语词，其含义可化归为基本逻辑关系，以此作为逻辑常项标准。

是真的规律有两个层次：在获得真的过程中，即有关谓述的，以及获得真之后的真值函数。后者是关于谓述结果（真）的，也即真值函项。前者是关于（概念）如何谓述的，符合标准的仅为量词。其中的全称量词反映了普遍性，体现了演绎推理的本质特征。

（全称）量词是关于概念的，体现概念使用的普遍规律。这种规律对所涉概念处于何种语境（语力）并没有限制。要注意，区别处于相应语境下的概念谓述（例如，规范行为）与对概念谓述（提及规范）的特征所作的描述（例如，描述规范本身）。其中的“描述”是陈述意义上的用法，真假判断对其有意义。约根森困境源于将上述二者（本质上是使用与提及）混淆了。

弗雷格标准可将逻辑常项（概念）与揭示更为特殊的数的规律的数学常项（概念）区别开来，也可帮助我们认识“必然”“应当”等模态概念在推理过程所承担的角色，乃至加深我们对推理本质的认识，由此进一步深化我们关于逻辑以及逻辑

辑与哲学二者关系的认识。

参考文献

- [1] P. Blackburn, M. de Rijke and Y. Venema, 2001, *Modal logic*, Cambridge: Cambridge University Press.
- [2] D. Bonnay, 2008, “Logicity and invariance”, *The Bulletin of Symbolic Logic*, **14(1)**: 29–68.
- [3] M. Dummett, 1981, *Frege: Philosophy of Language*, Cambridge: Harvard University Press.
- [4] H.-D. Ebbinghaus, J. Flum, W. Thomas and A. S. Ferebee, 2021, *Mathematical Logic*, Cham: Springer.
- [5] S. Feferman, 1999, “Logic, logics, and logicism”, *Notre Dame Journal of Formal Logic*, **40(1)**: 31–54.
- [6] G. Frege, 1967, *The Basic Laws of Arithmetic (I)*, Berkeley: University of California Press.
- [7] G. Frege, 1974, *The Foundations of Arithmetic: A Logico-mathematical Enquiry into the Concept of Number*, Oxford: Blackwell.
- [8] J. Jørgensen, 1937, “Imperatives and logic”, *Erkenntnis*, **7(1)**: 288–296.
- [9] F. Klein, 1893, “A comparative review of recent researches in geometry”, M. W. Haskell (trans.), *Bulletin of the American Mathematical Society*, **2(10)**: 215–249.
- [10] V. McGee, 1996, “Logical operations”, *Journal of Philosophical Logic*, **25(6)**: 567–580.
- [11] G. Sher, 1991, *The Bounds of Logic: A Generalized Viewpoint*, Cambridge: MIT Press.
- [12] G. Sher, 2008, “Tarski’s thesis”, in J. Patterson (ed.), *New essays on Tarski and philosophy*, pp. 300–339, Oxford: Oxford University Press.
- [13] A. Tarski and J. Corcoran, 1986, “What are logical notions?”, *History and Philosophy of Logic*, **7(2)**: 143–154.
- [14] 弗雷格 (著), 王路 (译), 弗雷格论著选辑, 北京: 商务印书馆, 2006 年。
- [15] 蒯因 (著), 张家龙 (译), 宋文湮 (校), “指称和模态”, 从逻辑的观点看, 上海: 上海译文出版社, 1987 年, 第 129–148 页。
- [16] 雷磊, “走出‘约根森困境’? ——法律规范的逻辑推断难题及其可能出路”, 法制与社会发展, 2016 年第 2 期, 第 114–136 页。
- [17] 罗素 (著), 陈启伟 (译), 我们关于外间世界的知识, 上海: 上海译文出版社, 2006 年。
- [18] 王路, “逻辑与哲学——亚里士多德和弗雷格给我们的启示”, 哲学研究, 2022 年第 11 期, 第 91–99 页。
- [19] 余俊伟, “三种逻辑理论的哲学背景分析”, 哲学动态, 2018 年第 9 期, 第 88–94 页。
- [20] 余俊伟, “真: 一种意义理论研究”, 山西大学学报 (哲学社会科学版), 2022 年第 4 期, 第 10–18 页。

(责任编辑: 袁之)

Logical Constants from the Point of Fregean View

Junwei Yu

Abstract

Since Tarski proposed to take keeping invariant under all transformation as the standard of logical notions, people have put forward successively alternatives such as keeping invariant under isomorphism, homomorphism and potential isomorphism. This way of investigation is to give algebraic characterization from the perspective of formal semantics, which is accurate but cannot fully reflect the logical conception having existed in our mind. By analyzing Frege's argument, we can reasonably infer that the essence of logical constants is to describe Truth and then obtain Fregean standard. There are two types of logical constants in terms of Fregean standard. One is truth functions, which take Truth as the description object. The other is to take the predication as the description object, and can be reduced to the fundamental logical relation. The second is just the quantifiers, which characterize "Wahrsein". Fregean's standard deepens our understanding of logic and the relationship between logic and philosophy. we obtain a very different understanding of the membership, mode and norm from the popular view when applying the standard to analyze them.