

周延理论难题及其解决方案

张燕京

李邢睿

摘要: 传统词项逻辑试图接纳亚里士多德逻辑不认可的负词项, 但这使得传统词项逻辑成为了一个不一致的理论, 原因是负词项的引入与传统的周延理论存在冲突。取消负词项的合法地位可以直接消解不一致性, 但会极大缩小词项逻辑的表达与推理能力。因此, 对周延理论进行怎样的修改才能使词项逻辑恢复一致并判定出全部有效三段论, 是词项逻辑面临的一大难题。传统逻辑学家对该难题进行了一定的探索, 但并没有产生一个公认可行的解决方案。现代逻辑学家对该难题的研究存在两种路径, 一是在保留周延性传统内涵的基础上修改命题中词项周延性的四条规定, 二是修改或删除周延性传统内涵以保留命题中词项周延性的四条规定, 其中第二种路径可以与现代逻辑的研究成果相结合并进一步判定出接纳负词项的全部有效三段论, 体现了词项逻辑中周延理论最前沿的发展趋势。解决该难题有助于完善逻辑学的理论, 促进词项逻辑的进一步发展。

关键词: 周延理论; 词项逻辑; 负词项; 三段论; 不一致性

中图分类号: B81

文献标识码: A

1 周延理论中存在的难题

传统逻辑学家曾建立了一套用以判定直言推理是否有效的规则。虽然这些规则为判定词项逻辑中不涉及负词项的推理提供了充分必要的条件, 但当传统逻辑学家在试图将负词项纳入词项逻辑理论时, 这些规则就会产生一些不一致性。其中有些不一致性只需简单地更改规则, 如直接删除“两个否定命题无法得出结论”这条规则就可以得到相应地解决。但词项逻辑面临的真正难题在于, 与周延理论有关的不一致性无法简单地通过删除规则得到解决。

周延理论以周延性概念为核心, 传统逻辑学家利用周延性概念和对 A、E、I、O 四种命题的分析, 确定了命题中词项周延性的四条规定, 即: 全称命题的主项周延; 特称命题的主项不周延; 肯定命题的谓项不周延; 否定命题的谓项周延, 从

收稿日期: 2023-04-19; 修订日期: 2023-05-31

作者信息: 张燕京 河北大学哲学与社会学学院
zhyanjing@163.com

李邢睿 河北大学哲学与社会学学院
15075596551@163.com

而构成了传统逻辑中的周延律的基础。周延律一般由两条规则组成：(1) 在前提中不周延的项在结论中也不得周延；(2) 三段论的中项在前提中至少周延一次。虽然霍奇斯 (W. Hodges) ([8])、刘新文 ([25]) 等人从语义的角度论证了周延律的正确性，但他们都不允许三段论中的词项与其负词项同时出现。事实上，周延律仅在亚里士多德逻辑中有效，一旦传统逻辑试图接纳亚氏逻辑不认可的负词项，例如承认了换质法的合法性，就会使得周延律与这种词项逻辑产生不一致性。而这种与周延理论有关的不一致性之所以能够成为词项逻辑面临的真正难题，是因为一旦将词项的周延性界定为“命题是否断定了词项的全部外延”，那么词项逻辑就不允许结论断定的内容比前提多，这就使得规则(1)成为了有效推理必须遵守的无法被删除的规则。“ $SAP \rightarrow SEP \rightarrow PES \rightarrow PAS \rightarrow SIP \rightarrow SOP$ ”是一个著名的“难题”([24])，该推理的每一步都是有效的，但前提中作为肯定命题谓项的不周延的 P ，在结论中作为否定命题的谓项却周延了，从而违反了规则(1)。学界对这个难题的解决存在争议，但一般都认为这个难题是由于“ $PAS \rightarrow SIP$ ”这个涉及由全称命题推出特称命题的环节出现了问题。

在现代经典一阶逻辑的观点下，特称命题的主联结词是一个存在量词，断定了命题中词项的存在从而使命题具有了“存在含义”(existential import)，但全称命题并没有断定其中词项的存在。所以有观点认为，如果“ $PAS \rightarrow SIP$ ”的前提没有这种“存在含义”，那么演绎逻辑的特点不会使其得出有“存在含义”的结论，因此，原推理由一个违反周延律的有效推理变为了一个违反周延律的无效推理。这种方案可以直接消解传统逻辑中的难题，但即使是这种方案的支持者也认为该方案需要付出很大的代价([24])，因为传统逻辑中凡是涉及由全称前提推出特称结论的推理的有效性都失去了保证。与之相反，学界更加接受的方案是在“ $PAS \rightarrow SIP$ ”的前提中增加“存在含义”。凯恩斯 (J.N. Keynes) ([10]，第137-140页)较早地明确指出了周延理论中的难题并给出了解决方案。凯恩斯认为，传统逻辑假设了命题中词项的外延是存在的，即 S 、 P 、 $\bar{S}$ 、 $\bar{P}$ 都不是空词项。所以在构成难题的前提中其实还假设了一个形如“有的 x 不是 P ”的命题，该命题用以描述存在，即不是 P 的东西，因此结论中 P 的周延性实际上就来源于该假设中 P 的周延性，但凯恩斯自己也承认其方案并没有完美地解决传统逻辑中存在的问题。增加存在含义后，该推理的实质为由“所有 $\bar{P}$ 是 $\bar{S}$ ”和“存在 $\bar{P}$ ”推出“存在 $\bar{S}$ 是 $\bar{P}$ ”，此时传统逻辑面临的问题就转移为了如何让“ $PAS \rightarrow SIP$ ”解释为由“所有 $\bar{P}$ 是 $\bar{S}$ ”和“存在 $\bar{P}$ ”推出“存在 $\bar{S}$ 是 $\bar{P}$ ”，而这个问题的关键在于如何处理“存在 $\bar{P}$ ”。

一种简单的方案是直接将“ PAS ”的涵义解释为“所有 $\bar{P}$ 是 $\bar{S}$ ，存在 $\bar{P}$ ”。这种方案认为“存在 $\bar{P}$ ”是命题“ PAS ”本身所断定的内容，这相当于直接对直言命题增加了主项存在的断言，因此“存在 $\bar{P}$ ”实际上成为了命题“ PAS ”的真之条件。但是，这会使“存在 $\bar{P}$ ”参与判定 A 命题真值的过程，并涉及所有与 A 命题有关

的推理。例如, 当“不存在 $\bar{P}$ ”时, 就会直接导致“ $\bar{P}\bar{A}\bar{S}$ ”为假的同时“ $\bar{P}\bar{O}\bar{S}$ ”也为假, 从而导致传统逻辑中的矛盾关系不成立。为避免这种情况, 需要将“存在 $\bar{P}$ ”作为与 A 命题真假无关的命题之外的预设, 从而使“存在 $\bar{P}$ ”不参与对 A 命题的真值判定并且不涉及与 A 命题有关的推理, 即不论命题为真或假都“存在 $\bar{P}$ ”。该方案将“ $\bar{P}\bar{A}\bar{S}$ ”解释为: 在词项 $\bar{P}$ 非空的预设下“所有 $\bar{P}$ 是 $\bar{S}$ ”。与断定“存在 $\bar{P}$ ”不同, 命题的预设不会参与到推理的过程中, 整个推理不会有“不存在 $\bar{P}$ ”的情况。

有学者指出, 在这种预设直言命题的主项非空的方案下, 为了保证词项逻辑中的其他推理的有效性, 还需要预设直言命题的谓项、主项的相反词项和谓项的相反词项也都非空。([24]) 因此这种方案实际上是认为直言命题中的词项必须是非空非全的, 这种方案可以使所有传统逻辑的推理变得有效同时在一定程度上消解不一致性。在语义的观点下, 这种非空预设的要求实际上就是对形式系统的语义做了规定, 使得在对直言命题中的词项进行解释时, 词项只能代入为非空词项。这就导致相对于没有预设命题主项非空的现代经典一阶逻辑¹, 刻画传统词项逻辑的形式系统在处理空词项时具有一定的局限性。不仅传统逻辑学家认为周延性是语义层面的问题, 现代逻辑学家也指出一个词项的周延性取决于该词项出现的正负性, 而正负性反映的是命题在语义方面的某种单调性 ([25]), 因此传统词项逻辑中与周延性有关的不一致性, 也可以视为其在语义层面具有的不一致性。

在词项非空预设下的传统逻辑不仅在语义方面具有一定的局限性, 而且与周延理论的不一致性并没有被完全消除。以 A 命题为例, 如果规定 SAP 中的 P 是非全词项, 即 $\bar{P}$ 是非空词项, 那么就意味着“ $\bar{P}$ 存在”, 即“存在 x 是 $\bar{P}$ ”, 因此就得到了“存在 x 不是 P”, 但此时 SAP 中的 P 就根据周延理论而成为了一个周延的词项。在这种情况下, 关于否定命题谓项周延的规定会使得肯定命题的谓项也变得周延了, 而这与传统逻辑中肯定命题谓项不周延的规定相冲突。实际上对于任何一个命题, 如果其中的某个词项 X 是非空的, 即“存在 x 是 X”, 运用传统逻辑的换质法就可以得出“存在 x 不是 $\bar{X}$ ”, 此时如果接受传统逻辑关于否定命题谓项周延性的规定, 那么命题中的 $\bar{X}$ 就是周延的。这意味着对于任何一个词项, 如果该词项不是全词项即其负词项非空, 那么该词项就是周延的。因此如果直言命题中的所有词项及其负词项都是非空词项, 那么就会导致在直言命题中的任何词项与该词项的负词项都是周延的, 在这种意义下的传统逻辑中就没有了不周延的词项。而如果所有词项都周延, 那么与周延性有关的规则, 例如“前提中不周延的词项在结论中不得周延”就都失去了意义, 因为所有传统逻辑的推理中都不会出现前提中不周延的词项了。

¹现代经典一阶逻辑虽预设个体域非空, 但并不预设命题主项非空。

总之,在词项逻辑中与周延理论有关的不一致性,是词项逻辑有待解决且必须解决的难题。这些不一致性是由于传统逻辑学家虽然引入了负词项与涉及负词项的相关推理,但并没有对周延理论作出相应地修改导致的。甚至传统逻辑学家在三段论理论中又再一次取消了负词项的合法地位,这导致传统词项逻辑仅承认256个不含有负词项的三段论,从而再次回退到了亚氏三段论逻辑。在对词项逻辑进行扩展时需要重新研究并完善周延理论,分析如何解释周延性的概念并在此基础上建立一套判定接纳负词项的推理是否有效的规则,从而依据判定规则得出接纳负词项的词项逻辑中共有多少三段论以及其中哪些三段论是有效的。

2 两类可行的周延理论难题解决路径

对周延理论难题解决方案的研究存在两条路径:要么在保留周延性概念的内涵的前提下修改对命题中词项周延性的四条规定,要么从根源上修改或直接抛弃周延性概念的内涵而单纯研究判定推理有效性的规则。

2.1 保留周延性传统内涵的路径

在保留周延性概念关于“断定词项全部外延”的内涵的前提下修改命题中词项周延性的四条规定的解决路径,以米勒(J.W. Miller) ([13])提出的观点为代表。米勒在分析传统逻辑中的难题时指出,传统逻辑中与周延性有关的不一致都与以下三个因素相关:(1)各种推理有效性的规定;(2)“前提中不周延的项在结论中不得周延”的规定;(3)命题中词项周延性的四条规定。如果放弃(1),那么就必须认为负词项不能被适用于传统逻辑,这是一种极端措施。如果放弃(2),那么会更加遗憾,因为这条体现了演绎逻辑特点的规定在传统逻辑中起着基本的作用。米勒的观点与国内一些学者([24])的观点类似,不同之处在于,米勒认为(3)可以被取而代之的同时不对传统逻辑产生任何损害。

传统逻辑认为,命题中的词项是指命题的主项和谓项。米勒认为,当接纳了负词项后,传统逻辑中命题的词项应该包括命题的主项、谓项、负主项、负谓项。在此基础上,SAP意味着“所有S是P”并且“所有 $\bar{P}$ 是 $\bar{S}$ ”,因此人们自然会认可S与 $\bar{P}$ 在SAP中是周延的。但是,如果接受传统逻辑中全称命题推出特称命题的推理形式,那么:(1)“所有S是P”还意味着“一些P是S”,即“一些P不是 $\bar{S}$ ”,因此 $\bar{S}$ 作为否定命题的谓项也周延了;(2)“所有 $\bar{P}$ 是 $\bar{S}$ ”还意味着“一些 $\bar{S}$ 是 $\bar{P}$ ”,即“一些 $\bar{S}$ 不是P”,因此P也周延了。这种情况下得出了关于命题中词项周延性的另一套规定:A命题的主项、谓项、负主项、负谓项都周延,E命题的主项、谓项、负主项、负谓项都周延,I的负主项和负谓项周延,O的负主项和谓项周延。如果接受了这样的规定,传统逻辑就不会产生“前提不周延而结论

周延”的难题, 因为这种规定把难题中推出特称结论的全称前提中的不周延的项都变为了周延的, 因此结论中周延的项在前提中却不周延的情况就被排除了。

虽然采取这种新的规定可以解决难题, 但会导致全称命题中的四个词项全都周延, 损害了周延性概念的特殊效用, 不符合人们对命题中词项周延性的一般理解, 并且与普遍接受的词项与负词项的周延性相反的观点相矛盾。因此米勒对全称命题中词项的周延性进一步细分为强周延和弱周延: 命题中某词项是强周延的, 当且仅当该命题断定了这个词项的全部外延被排除在该命题中的其他某个词项的全部外延之外; 命题中某词项是弱周延的, 当且仅当该命题断定了这个词项的全部外延被排除在该命题中的其他某个词项的部分外延之外。根据定义可以得到下表:

	S	P	$\bar{S}$	$\bar{P}$
A	周延 (强)	周延 (弱)	周延 (弱)	周延 (强)
E	周延 (强)	周延 (强)	周延 (弱)	周延 (弱)
I	不周延	不周延	周延 (弱)	周延 (弱)
O	不周延	周延 (弱)	周延 (弱)	不周延

国内也有学者对周延性进行了进一步细分, 如郭世铭 ([23]) 认为, 以往逻辑教材对周延性所下的定义不够明确并且将两种不同程度的周延性混为一谈, 因为 O 命题只是断定谓项 P 的全部外延都被排除在一个不确定的范围之外, O 命题谓项的这种 (弱) 周延性显然与 A 命题主项的 (强) 周延性不同。沿着郭世铭的思路, 可以得到与米勒一致的词项周延性的结果, 并且二者的观点在一定程度上也符合吉奇 (P.T. Geach) ([7], 第 37-39 页) 对 O 命题谓项周延性的质疑。但郭世铭认为, 传统逻辑难以有一个统一的、普遍适用的规则, 所以并没有像米勒一样在新的周延性划分的基础上建立起一套判定传统逻辑推理有效性的规则。王路 ([26], 第 103-105 页) 充分肯定了郭世铭关于传统逻辑混淆了两种不同程度的周延性的观点, 认为根据传统逻辑关于周延性的定义可以保证一部分推理的有效性, 但是无法保证全部推理的有效性, 即无法从整体上保证“必然地得出”。米勒也曾指出, 建立三段论的规则仅从周延性的角度考虑命题并不充分, 还要对命题质的方面进行研究。

在传统逻辑中, 不论命题中的词项是否为负词项, 只要联项是否定的, 那么命题的质就是否定的。米勒虽然保留了这种命题质的方面的规定, 将命题在形式上的质称为技术肯定 (technically affirmative) 和技术否定 (technically negative)。但他进一步指出, 由于形式上不同的肯定命题“S 是 $\bar{P}$ ”和否定命题“S 不是 P”在逻辑上表达的涵义是相同的, 因此需要进一步从涵义的层面界定命题的质。米勒 ([13]) 指出, 命题中的技术否定元素和明确出现在命题形式中的负词项为命题中的

否定性元素,并根据命题中否定性元素的数量定义了命题在涵义上的质(quality-in-sense):一个命题是涵义否定的(negative-in-sense),当且仅当该命题包含奇数个否定性元素;一个命题是涵义肯定的(affirmative-in-sense),当且仅当该命题包含偶数个否定性元素。例如 $\bar{S}A\bar{P}$ 是涵义肯定的,因为有两个否定性元素; SAP 是涵义否定的,因为有一个否定性元素。

基于对词项强弱周延性的划分和对命题在涵义上的质的界定,米勒制定了一套新的接纳负词项的检验直接推理的规则:

1. 如果结论是涵义肯定的,那么前提必须是涵义肯定的;如果结论是涵义否定的,那么前提必须是涵义否定的。
2. 如果结论是全称的,那么结论中强周延的词项必须在前提中强周延;如果结论是特称的,那么结论中周延的词项必须在前提中周延。

([13], 第108-109页)

米勒进一步将多个命题在涵义上的质定义为涵义共同否定(together-negative-in-sense)和涵义共同肯定(together-affirmative-in-sense)。涵义共同否定是指,多个命题中共包含奇数个否定元素。涵义共同肯定是指,多个命题中共包含偶数个否定元素。基于词项强弱周延性的划分与对多个命题在涵义上的质的界定,米勒制定了一套新的接纳负词项的检验三段论的规则:

1. 如果结论是涵义肯定的,那么前提必须是涵义共同肯定的;如果结论是涵义否定的,那么前提必须是涵义共同否定的。
2. 如果结论是全称的,那么结论中强周延的项必须在前提中强周延;如果结论是特称的,那么结论中周延的必须在前提中周延,并且至少一个结论中周延的项在前提中强周延。

([13], 第111页)

这两套规则可以判定传统逻辑中所有涉及负词项的直接推理和三段论的有效性,有趣的是,通过观察可以发现判定直接推理和三段论推理时各需要两条规则,而这两条规则之间存在着——对应的内在联系,并且判定三段论的有效性时不需要与中项有关的规则。值得注意的是,在新的周延性的规定中强周延的一定是弱周延的,因此所有周延的都是弱周延的,但弱周延与周延之间的区别并不重要,因为米勒建立的规则仅仅需要明确周延与不周延之间、强周延与不周延之间的差异。

2.2 删除或修改周延性传统内涵的路径

与传统路径不同,现代学者往往选择保留传统逻辑对命题中词项周延性的四条规定,并在此基础上建立判定传统逻辑中推理有效性的规则。但正如米勒、吉奇等人所分析的,传统的周延性概念与词项周延性的四条规定之间存在着明显的

冲突, 因此为了保留词项周延性的四条规定, 只能修改或抛弃周延性概念中关于“断定命题中词项的全部外延”的内涵, 使得对词项周延性的四条规定并不是依据是否“断定命题中词项的全部外延”而得到的, 从而避免了因周延性而产生的一系列争论。正如帕森斯 (T. Parsons) ([14]) 指出的, 一旦明确了一个词项是否周延后就很容易应用周延规则, 如果人们所关心的只是一个机械的测试, 而不需要理解其中的原理, 那么我们甚至可以通过列举来指定一个词项是否周延。因此在这种单纯研究判定推理有效性方法的目的下, 只要能够利用词项周延性的四条规定成功建立起判定有效性的规则, 那么, 这四条规定不论是根据词项的正负出现 ([8]) 或单调性 ([5]) 得到的, 还是被直接作为某种规定 ([20]) 而给出的, 都并不重要。

威廉姆森 (C. Williamson) ([20]) 指出, 学习命题逻辑的学生有两种测试推理有效性的方法: 一种是构造真值表, 另一种涉及演绎技术。在卢卡西维茨 (J. Lukasiewicz) ([11]) 等人的努力下, 传统逻辑的公理化处理已经得到了广泛发展, 但传统逻辑还没有为测试推理的有效性提供一种成熟的类似于命题逻辑真值表法的简单的判定技术, 传统逻辑有史以来最接近于这种简单的判定技术的是周延理论。威廉姆森为了模仿命题逻辑基于真值的真值表法, 将命题中词项的周延性称为周延值 (distribution-values) 并直接沿用了传统逻辑对命题中词项周延性所作的规定: 如果一个词项是周延的, 那么该词项的周延值是 1, 否则该词项的周延值是 0; 全称命题的主项和否定命题的谓项的周延值是 1, 其余项的周延值为 0。威廉姆森采用了卢卡西维茨对命题的表示方法, 指出卢卡西维茨的命题否定算子 “N” 的作用是将一个命题中所有词项的周延值进行反转, 例如将 O 命题与其中词项的周延值表示为 “Oab: a=0, b=1”, 增加 “N” 后可以得到 “NOab: a=1, b=0”, 并随时可以替换为与其等值的 “Aab: a=1, b=0”。为了将卢卡西维茨 ([11]) 放弃的负词项统一于理论中, 威廉姆森 ([20]) 又增加了词项否定算子 “n”, 作用是将一个词项的周延值进行反转, 如 “Oanb: a=0, b=0”。但需要注意, 负词项 “nb” 只是在一个词项 “b” 面前加了一个词项否定算子 “n”, 而不是产生了一个新的词项, 所以一个命题中只存在两个词项而不是四个词项。因此, 由一个命题推出一个命题的直接推理中应该只有两个词项; 由两个命题推出一个命题的三段论推理中应该只有三个词项, 只在前提中出现的词项称为中项, 剩下两个称为端项。根据这种理论, 三段论中某词项与其负词项的同时存在, 并不意味着传统理论中所谓的“四词项”错误的产生。

为了利用词项的周延值来判定推理的有效性, 威廉姆森定义了“单值”与“双值”的词项: 一个推理中的某词项是单值的, 当且仅当在推理中该词项的周延值不发生改变; 一个推理中的某词项是双值的, 当且仅当在推理中该词项的周延值发生了改变。例如在 “Aab→Iab” 这个推理中, a 是双值的因为其周延值由 1 变为

了0, b是单值的因为其周延值一直保持为1。

周延理论中的难题涉及了从全称命题推出特称命题的过程, 因此威廉姆森从一个全称命题到一个特称命题的推理称为下降型(reductive)推理, 使其与从一个全称命题得到一个全称命题或从一个特称命题得到一个特称命题的非下降型(non-reductive)推理区分开来²。当在词项逻辑中引入负词项时, 旧的周延律无法适用于下降型推理, 甚至为非下降型推理也只能提供必要但不充分的条件。因此, 威廉姆森基于其周延值理论制定了一套检验接纳了负词项的直接推理的新规则:

1. 非下降型直接推理是有效的, 当且仅当, 推理中的两个词项都是单值的。
2. 下降型直接推理是有效的, 当且仅当, 推理中有且只有一个词项是单值的。 ([20], 第738页)

类似地, 威廉姆森将传统逻辑学家所谓的基本三段论(三个命题都是全称的或一个作为前提的命题是全称的而另外两个命题是特称的)称为非下降型三段论, 而将由两个全称命题得出一个特称命题的三段论称为下降型三段论, 从而制定了一套检验三段论有效性的新规则:

1. 非下降型三段论是有效的, 当且仅当, 推理中的所有端项是单值的而中项是双值的。
2. 下降型三段论是有效的, 当且仅当, 或者(a)推理中有且只有一个端项是单值的(即中项和另一个端项双值), 或者(b)推理中所有项都是单值的。 ([20], 第746页)

其中规则2之所以分为(a)和(b)两种情况, 是因为得出特称命题作为结论的下降型三段论可以被进一步划分为两种性质不同的三段论: 一些三段论本可以得出全称命题作为结论, 而另一些只能得出特称命题作为结论。前者已经被传统逻辑学家称为弱化的(weakened)三段论, 因此后者可以简单地被称为非弱化的(non-weakened)三段论, 为了与非下降型三段论相区分, 这两类下降型三段论也可以称为下降型弱化(reductive weakened)三段论和下降型非弱化(reductive non-weakened)三段论。2(a)和2(b)不仅恰好分别对应了这两类三段论有效的充分必要条件, 而且解释了传统逻辑中存在不一致的具体原因。

2(a)解释了一些有效的三段论(如“ $Aba \wedge Acb \rightarrow Inanc$ ”)与传统逻辑中“前提中不周延的词项在结论中也不得周延”这一规则相矛盾的原因。因为这类下降型弱化三段论有效的充分必要条件为: “有且只有一个端项的周延值不能发生改变”, 因此有一个端项的周延值需要发生改变, 但并没有要求该词项的周延值是由1变为0还是由0变为1, 这意味着这类三段论的词项是可以在前提中不周延而在结论中周延的。

²这两类推理涵盖了传统逻辑中全部有效的直接推理。

2(b) 解释了一些有效的三段论(如“ $Aba \wedge Acb \rightarrow Oanc$ ”)与传统逻辑中“中项至少周延一次”这一规则相矛盾的原因。因为这类下降型非弱化三段论有效的充分必要条件仅是:“所有词项的周延值不能发生改变”,但并没有要求词项的周延值是 1 还是 0,因此这类三段论的中项可以两次都是 0 即一次也不周延。

威廉姆森([20])与米勒([13])虽然以不同的方式建立了检验接纳负词项的词项逻辑推理有效性的规则,并解决了传统逻辑中存在的难题,但却同样为直接推理与三段论分别制定了两套虽有联系但并不相同的判定规则。正如科雷亚(M. Correia)([6])指出的,传统逻辑学家虽然试图接纳负词项,但在教学的过程中却将传统逻辑分为了没有一个共同理论框架的不同分支。因此阿尔瓦雷斯(E. Alvarez)与科雷亚([2])试图找出接纳负词项后的传统逻辑的各个推理理论之间是否存在共同需要遵守的公理或公理集。

阿尔瓦雷斯([1])指出,命题的量(propositional quantity)和词项的量(quantity of the terms)是一个命题的内在性质,二者都可以被进一步划分为普遍的(universal)或特殊的(particular)。同威廉姆森([20])一样,阿尔瓦雷斯与科雷亚([2])沿用了传统逻辑中词项周延性的四条规定³,将以往教科书中判定推理有效性的经典规则进行了整合,并重构为了三条公理:

- 数量公理(Axiom of Quantity): 否定命题的谓项是周延的,肯定命题的谓项是不周延的。
- 特称公理(Axiom of Particularity): 三段论的结论是特称的,当且仅当,一个前提是特称的;仅以两个特称命题作为前提无法有效地得出结论。
- 联合公理(Axiom of Linkage): 结论中两个词项的周延性必须与前提中保持一致,两个前提中共同的词项的周延性必须发生改变。

这三条公理为判定接纳了负词项的三段论的有效性提供了充分必要的条件,但与威廉姆森和米勒的方案不同,这里的有效三段论是指更符合现代逻辑观点的严格有效的三段论,因为阿尔瓦雷斯与科雷亚认为,涉及存在预设问题的三段论是非严格有效的,而不是严格有效的三段论。命题是否预设了词项存在的问题,关系到传统逻辑中由全称命题推出特称命题的推理的有效性。阿尔瓦雷斯与科雷亚在现代逻辑的观点下认为,A 与 E 命题没有存在含义,当推理需要没有存在含义的词项存在时,那么应该增加前提,用以表明该存在性不明确的词项确实是存在的。因此如果词项 x 产生了存在预设问题,那么应该假设“存在 x”也是该推理的一个前提。又因为该前提是特称的,那么根据特称公理,该三段论的结论必须也是特称的。

阿尔瓦雷斯与科雷亚通过描述存在预设问题,定义了严格和非严格有效的三

³阿尔瓦雷斯与科雷亚并没有采用“周延”这一术语,为了表述上的统一,本文在表述时将继续沿用以往的术语,将命题的量称为全称或特称,将词项的量称为周延或不周延。

段论,使得其建立的公理集也可以适用于涉及存在预设问题的非严格有效的三段论。因为仅仅从全称命题推出特称命题时会导致存在预设问题的产生,此时如果推理中有且只有一个词项 x 违反了联合公理,那么此推理中涉及存在预设问题的词项就是词项 x 。⁴在这种情况下,通过增加前提“存在 x ”就可以使得 x 并不违反联合公理,因此阿尔瓦雷斯与科雷亚通过描述存在预设问题,使得其建立的公理集可以判定所有严格和非严格有效的三段论。事实上,这三个公理不仅可以使整个传统逻辑形成一个统一的理论,而且对其他形式系统也具有适用性。研究表明,这三个公理可以自然地应用于一些简单的命题逻辑的推理,并提供一种分析任意命题逻辑推理有效性的框架。由此阿尔瓦雷斯与隆施特拉斯 (T. Lungenstrass) 提出了 *pouch method*,该方法虽然效率较低,但是可以很有趣地替代命题逻辑中测试有效性的真值表法。([3])

删除或修改周延性概念的内涵以保留命题中词项周延性的四条规定的解决方案,不仅可以与现代逻辑的研究成果相结合,而且可以进一步判定出接纳负词项的全部有效三段论,这种解决方案体现着现代周延理论最前沿的发展趋势。

3 现代周延理论与现代量词理论的结合

梅金森 (D. Makinson) ([12]) 指出,周延性这一概念虽然受到了吉奇等人的猛烈批判,但它也可以被刻画得非常精确和有意义。在现代逻辑的观点下, A、E、I、O 四种命题往往参照罗素的方法被表示为: $\forall x(Sx \rightarrow Px)$ 、 $\forall x(Sx \rightarrow \neg Px)$ 、 $\exists x(Sx \wedge Px)$ 、 $\exists x(Sx \wedge \neg Px)$,但这种表示方法难以与传统逻辑中的周延性产生联系。因此梅金森提出了另外一种表示方法:

$$\text{SAP: } \forall x(Sx \rightarrow \exists y(Py \wedge x = y))$$

$$\text{SEP: } \forall x(Sx \rightarrow \forall y(Py \rightarrow x \neq y))$$

$$\text{SIP: } \exists x(Sx \wedge \exists y(Py \wedge x = y))$$

$$\text{SOP: } \exists x(Sx \wedge \forall y(Py \rightarrow x \neq y))$$

基于这种表示方法,梅金森给出了关于词项周延性的一个更加严格的定义:在这种形式的命题中,处于某词项之下的变量如果被全称量词所约束,那么该词项是周延的;如果被存在量词所约束,那么就是不周延的。

由于词项逻辑中所有命题和推理形式都能得到现代逻辑的刻画,所以存在着在现代逻辑中作出词项周延性的严格形式定义的可能性。我国学者陈慕泽 ([22]) 采用一阶逻辑的方式为词项的周延性给出了一个形式定义,并基于周延性的定义

⁴如果中词或其负词项有存在预设问题,那么该词项在两个前提中都是周延的或不周延的(该词项的量在前提中是相同的);如果端词或其负词项有存在预设问题,那么该词项在前提中周延/不周延,却在结论中不周延/周延(该词项的量在前提与结论中不同)。

证明了四种命题中各词项的周延性。有趣的是, 陈慕泽在描述 O 命题谓项的周延性时, 运用了被其称为莱布尼兹律的“ $\exists x(Sx \wedge \neg Px) \vdash \forall y(Py \rightarrow \exists x(Sx \wedge x \neq y))$ ”, 而这恰好与梅金森 ([12]) 对周延性的刻画方式相一致。

梅金森认为, 虽然周延性被用于制定判定有效推理的规则, 但制定的判定规则的适用性似乎仅局限于传统逻辑中的特殊推理形式, 因为这些规则难以处理很多一阶逻辑中的推理。以很简单有效推理“ $\forall x(Sx \wedge Px) \rightarrow \forall x(Sx \rightarrow Px)$ ”为例, 该推理前提中不周延的 S 在结论中就周延了。显然这种对周延性的刻画方法过度依赖于量词的作用。兰伯特 (Lambert of Auxerre) ([19], 第 141 页) 指出, 虽然使词项周延的不是特称量词而是全称量词, 但不仅全称量词具有使词项周延的能力, 否定符号也具有这种能力, 尤其是在一个词项前增加否定符号可以直接改变这个词项的周延性。

因此有学者选择从否定符号的角度研究词项的周延性, 认为词项的正负出现取决于否定符号的作用, 进而将词项的不周延和周延定义为词项的正负出现。霍奇斯 ([8]) 与威廉姆森讨论后展示了这种方式。霍奇斯认为, 虽然在任意一个一阶语句中定义词项的正负出现是比较复杂的, 但利用任意一个一阶语句都存在与其等值的而“ $\rightarrow$ ”和“ $\leftrightarrow$ ”不在其中出现的一阶语句的这个事实, 就可以使人们较为容易地定义词项的正负出现:

在一个其中从不出现“ $\rightarrow$ ”和“ $\leftrightarrow$ ”符号的一阶句子 φ 中, 如果一个词项 X 出现在偶数个否定符号的作用范围内, 则称它在 φ 中正出现; 如果 X 出现在奇数个否定符号的作用范围内, 则称它在 φ 中负出现。在有了正负出现的定义之后, 就可以定义词项的周延性:

如果一个词项 X 在一个直言命题 φ 中出现并且存在一个与 φ 等值的一阶语句 φ' , 在 φ' 中 X 没有正出现, 那么 X 在 φ 中是周延的。类似地, 如果将定义中的“正出现”换成“负出现”, 则 X 在 φ 中是不周延的。

以直言命题“所有 S 都是 P”为例, 一阶逻辑一般将其表示为“ $\forall x(Sx \rightarrow Px)$ ”, 但由于其中出现了“ $\rightarrow$ ”符号, 导致需要将其转化为与其等值的一阶语句“ $\forall x(\neg Sx \vee Px)$ ”, 此时根据正负出现的定义, 就可以直接得出 S 是负出现的即周延的, 并且 P 是正出现的即不周延的。⁵

现代逻辑学家以经典量词理论刻画了周延性之后, 进一步发现词项的正负出现与广义量词理论有着密切的联系。单调性 (Monotonicity) 是广义量词最重要的语义性质, 量词 Q 是向上单调的, 当且仅当对于论域内的 x, y , 如果 $x \subseteq y$, 那么 $Q(x)$ 蕴涵 $Q(y)$ 。广义量词理论的这种思想来源于经典量词理论之父弗雷格 (G. Frege)。弗雷格借用数学中的函数作为其逻辑分析的出发点, 指出函数的本质是它们的不饱和性。当一个含有空位的函数“ $f()$ ”被自变元补充完整时, 就会产生

⁵如果仅看“ $\forall x(Sx \rightarrow Px)$ ”, 就会使得其中 S 似乎为正出现的。

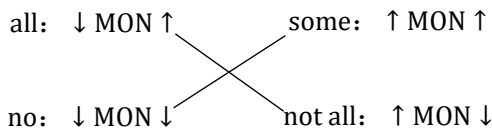
一个函数值。弗雷格将函数值为真值的函数作为研究对象,用于分析改变句子的成分却不会使句子的真值发生改变的各种情况。([27])广义量词理论遵循了弗雷格的函数-自变元理论的研究方法,又借用了数学中的函数单调性的概念。在数学中一个函数 $f()$ 是单调向上的,当且仅当,对于论域内的 x, y , 如果 $x < y$, 那么 $f(x) < f(y)$ 。类似地就可以定义弗雷格在逻辑研究中关注的函数值为真值的函数的单调性。逻辑中的函数 $f()$ 是单调向上的,当且仅当,对于论域内的 x, y , 如果 $x \subseteq y$, 那么 $f(x)$ 蕴涵 $f(y)$, 即以 y 替换 $f(x)$ 中的 x 时, $f(y)$ 的值相对于 $f(x)$ 不会由真变为假。在各种广义量词中被研究得最为充分的量词是 $\langle 1, 1 \rangle$ 类型的广义量词, $\langle 1, 1 \rangle$ 类型量词具有四种比较常见的单调性:

- 一个 $\langle 1, 1 \rangle$ 类型量词 Q 是右单调递增的 ($\text{Mon } \uparrow$), 当且仅当, 在论域 E 中, 如果 $B \subseteq C \subseteq E$, 那么 $Q_E(A, B)$ 蕴涵 $Q_E(A, C)$ 。
- 一个 $\langle 1, 1 \rangle$ 类型量词 Q 是右单调递减的 ($\text{Mon } \downarrow$), 当且仅当, 在论域 E 中, 如果 $C \subseteq B \subseteq E$, 那么 $Q_E(A, B)$ 蕴涵 $Q_E(A, C)$ 。
- 一个 $\langle 1, 1 \rangle$ 类型量词 Q 是左单调递增的 ($\uparrow \text{Mon}$), 当且仅当, 在论域 E 中, 如果 $A \subseteq C \subseteq E$, 那么 $Q_E(A, B)$ 蕴涵 $Q_E(C, B)$ 。
- 一个 $\langle 1, 1 \rangle$ 类型量词 Q 是左单调递减的 ($\downarrow \text{Mon}$), 当且仅当, 在论域 E 中, 如果 $C \subseteq A \subseteq E$, 那么 $Q_E(A, B)$ 蕴涵 $Q_E(C, B)$ 。

现代逻辑往往将传统逻辑中的四种命题处理为 A、E、I、O 四个逻辑常项对两个词项变项的逻辑联结, 而广义量词理论中的 $\langle 1, 1 \rangle$ 类型量词恰好可以表示两个论元各自代表的集合间的二元关系, 因此 A、E、I、O 这四个逻辑常项实际上就可以视为广义量词理论中的四个 $\langle 1, 1 \rangle$ 类型的被称为亚氏量词的广义量词。需要注意的是, 广义量词理论在分析直言命题时遵循了亚里士多德的方法, 将后来传统逻辑中的“联项”对命题起到的作用重新移入回了“量项”中, 使得四种命题在形式上仅存在量词上的不同, 此时四种直言命题的广义量词形式以及其标准集合论解释就为 ([15], 第 28 页):

$$\begin{array}{ll}
 \text{SAP:} & \text{all } A \text{ are } B \quad \text{all}(A, B) \Leftrightarrow A \subseteq B \\
 \text{SEP:} & \text{no } A \text{ are } B \quad \text{no}(A, B) \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset \\
 \text{SIP:} & \text{some } A \text{ are } B \quad \text{some}(A, B) \Leftrightarrow A \cap B \neq \emptyset \\
 \text{SOP:} & \text{not all } A \text{ are } B \quad \text{not all}(A, B) \Leftrightarrow A - B \neq \emptyset
 \end{array}$$

虽然没有了对于“联项”的否定, 但广义量词理论依然可以借用对当方阵来直接描绘四种亚氏量词之间存在的外否定关系 ($\neg Q$)、内否定关系 ($Q \neg$) 和对偶否定关系 ($Q^d, Q^d = \neg(Q \neg) = \neg Q$)。([15], 第 132 页) 更重要的是一个 $\langle 1, 1 \rangle$ 类型的量词可以同时体现出两种单调性, 范本特姆 (J. van Benthem) 认为所有这些体现在由四种亚氏量词组成的以下对当方阵中 ([4]):



显然, 传统逻辑中词项的周延性与广义量词的单调性之间呈现出了高度的一致, 以词项的正负出现定义词项周延性的方式也可以直接定义单调性: 如果 X 在 φ 中没有正出现, 那么它在 φ 中是向下单调的; 如果 X 在 φ 中没有负出现, 那么它在 φ 中是向上单调的 ([8])。也因此范本特姆 ([5], 第 111-112 页) 参考了萨默斯 (F. Sommers) 等人的思想后, 指出通常被认为是现代逻辑的发现的单调性这个概念, 实际上正是传统逻辑中三段论的核心。因为某个表达式的向下单调性恰好对应了传统逻辑学家口中的词项的周延出现, 而向上单调性正反映了传统逻辑中的 Dictum de Omni 即 “Whatever is true of every X is true of what is X ”, 以现代逻辑的术语来说就是: 如果所有 X 都是 Y , 并且在一些陈述 X 的语句 “... X ...” 中 X 处于单调向上的位置, 那么就有关于 Y 的同样的陈述 “... Y ...”。后来萨默斯又给出了 Dictum de Omni 的周延版本, 即 “A term that applies to every X may replace any undistributed occurrence of X ”, 由此可以得出任何具有以下形式的推理都是有效的 ([17]):

$$\begin{array}{c}
 -X + Y(\text{every } X \text{ is } Y) \\
 \hline
 \dots X \dots \\
 \dots Y \dots
 \end{array}$$

总之, 传统逻辑学家眼中的周延性概念以及 Dictum de Omni 在现代逻辑的观点下具有重要意义, 萨默斯在代数意义上将这些内容进行了刻画, 并由此站在传统词项逻辑的立场, 以现代逻辑的形式化方法建立起了一个基于词项的代数演算的演绎系统 TFL (term functor logic)。萨默斯指出, TFL 对命题的表示方式可以与传统逻辑中对词项周延性的规定直接对应, 在 TFL 中仅包含 “+”、“-” 两个代数符号, 而这两个直接对应其索引词项的正负出现的算子, 可以使我们机械地通过对表达式进行代数化简来确定表达式中任何词项的正负性即周延性 ([17])。例如直言命题 “所有 $\bar{S}$ 都是 P ”, 其代数形式为 “ $-(\bar{S}) + P$ ”, 进一步将其代数化简后很容易发现 S 是正出现的, 因此 S 就是不周延的。当根据词项的正负出现确定了体现词项单调性的周延性后, 就可以直接利用 Dictum de Omni 或其周延版本进行推理。萨默斯将 Dictum de Omni 形式化为了 TFL 中一条重要的推理规则 ([18], 第 184 页):

$$\begin{array}{ccc}
 & -\alpha \pm \beta & \pm\beta + \alpha \\
 \text{(i)} & \frac{\dots\alpha\dots}{\dots\pm\beta\dots} & \text{(ii)} \frac{\dots-\alpha\dots}{\dots\pm\beta\dots}
 \end{array}$$

基于该规则, TFL 不仅刻画了传统词项逻辑中的推理, 而且突破了传统词项逻辑在单称命题、关系命题和复合命题方面的局限, 从而具有了不弱于现代经典一阶逻辑的推理能力。霍奇斯〔9〕也根据词项正负出现的定义给出了体现单调性的推理规则, 其假设 A 在 P(A) 中是正出现的, B 在 N(B) 中是负出现的, 那么:

1. 由“所有 A 是 B”和 P(A) 可以推出 P(B)。
2. 由“所有 A 是 B”和 N(B) 可以推出 N(A)。

霍奇斯客观地指出, 识别句子中任意层次的词项的正负出现并不是我们固有的技能, 这与自然语言逻辑目标中的“自然”存在一定的差距。但无可否认的是, 建立在周延性概念基础上的传统逻辑得到了经典量词理论和广义量词理论的进一步解释, 最大程度发挥了 Dictum de Omni 推理能力的 TFL, 可以看成是把三段论理论发展为有关单调性推理的尝试。范本特姆〔5〕, 第 111–112 页) 认为, 运用单调性进行的单调性推理可以被视为传统逻辑的一个核心。Dictum de Omni 表明, 推理规则可以是“全局”的, 并且可以在语句级别运行, 而预设任何逻辑推理理论的具体分析。范罗亦 (R. van Rooij)〔16〕依据范本特姆与萨默斯等人的思想, 进一步展示出了传统逻辑学家认为的语义层面上的周延性怎样被视为一种语法上的特征, 从而展示出了以三段论逻辑扩充到全部命题逻辑内容的过程。

4 现代周延理论对有效三段论数量的重新判定

保留命题中词项周延性四条规定的现代周延理论, 不仅得到了现代逻辑研究成果的大量支持, 而且可以进一步判定出接纳负词项的全部有效三段论。众所周知, 亚氏逻辑中有 256 种不含负词项的三段论, 但人们对接纳负词项后存在多少三段论的理论与认知并不成熟。根据威廉姆森的周延值理论, 在词项逻辑引入了词项的否定算子 n 和命题的否定算子 N 后, A、E、I、O 中的任何一个逻辑常项都可以构造 16 个形式不同的命题, 以 A 为例:

Aab Anab Aanb Ananb Aba Anba Abna Anbna
 NAab NAnab NAanb NAnanb NAba NANba NAbna NAnbna

因此词项逻辑中共存在 $4 \times 16 = 64$ 个形式不同的命题, 由于一个三段论由三个命题组成, 因此理论上共存在 $64 \times 64 \times 64 = 262144$ 个形式不同的三段论。〔21〕但传统理论由于忽略了对命题的否定和对词项的否定等要素, 使得仅存在 256 个形式不同的三段论, 并且一般认为其中共有 24 个是有效的 (其中 15 个是严格有效

的), 这导致传统理论忽略了这 24 个三段论之外存在着的有效三段论。虽然传统理论中有一套用于判定 256 个三段论的有效性的规则, 但这套规则并不适用于这 256 个之外的三段论。

从现代逻辑的观点看, 逻辑上等值的命题 (如 SIM 和 MIS) 只是表达同一个涵义的不同的命题形式, 因此这些由形式上不同、逻辑上等值的命题所组成的三段论 (如 AII-1 即 $MAP \wedge SIM \rightarrow SIP$ 、AII-3 即 $MAP \wedge MIS \rightarrow SIP$) 实际上只表达了同一种涵义三段论。根据传统理论的研究方法, 仅仅从命题形式的角度分析这 262144 个形式不同的三段论, 不仅工作量巨大, 而且很容易导致一些表达相同逻辑涵义的不同形式的三段论被重复计算。因此正确的做法是, 从决定命题的逻辑涵义的因素出发, 找出所有在逻辑涵义的特征上不同的三段论, 最后再利用已找到的不同逻辑涵义特征三段论确定出所有形式上不同的三段论。

在传统逻辑中决定命题逻辑涵义的两个因素为命题的量和词项的量。根据威廉姆森 ([20]) 的周延值理论, 构成命题的两个词项的周延值被称为命题的周延值。由于词项的周延值要么是 1, 要么是 0, 所以任何命题的周延值只能是以下四个之一: 11、10、01、00。因此, 从周延值的角度考虑, 三段论仅有 $4 \times 4 \times 4 = 64$ 种。又因为任何命题要么具有全称的量 (U), 要么具有特称的量 (P), 所以同时考虑命题的量和词项的量时, 共存在八种不同的命题: U11、U10、U01、U00、P11、P10、P01、P00。由此可以得出在逻辑涵义的特征上不同的三段论共有 $8 \times 8 \times 8 = 512$ 种, 利用威廉姆森的周延值理论很容易得出这 512 种三段论中共有多少是有效的。([21])

根据命题的量 (U 或 P) 可以将三段论分为以下八种:

$$\begin{array}{cccc} UUU & UPP & PUP & UUP \\ UPU & PUU & PPU & PPP \end{array}$$

首先可以排除公认的无法形成有效三段论的第二行中的四种命题的量的组合。然后考虑第一行中传统逻辑学家所谓的基本三段论 UUU、UPP、PUP (UUU 也被称为全称三段论, UPP 和 PUP 也被称为特称三段论)。根据周延值理论, 基本三段论有效的充分必要条件是中项周延值的发生改变而大、小项的周延值均不发生改变, 符合这一条件的周延值有以下八种组合情况⁶:

$$\begin{array}{cccc} 11 \wedge 01 \rightarrow 11 & 10 \wedge 11 \rightarrow 11 & 11 \wedge 00 \rightarrow 10 & 10 \wedge 10 \rightarrow 10 \\ 01 \wedge 01 \rightarrow 01 & 00 \wedge 11 \rightarrow 01 & 01 \wedge 00 \rightarrow 00 & 00 \wedge 10 \rightarrow 00 \end{array}$$

三类基本三段论只要满足这八种情况之一就是有效的, 因此共有 $8 \times 3 = 24$ 类有效的基本三段论, 其中 8 个是 UUU 型的, 8 个是 UPP 型的, 8 个是 PUP 型的。例如, 传统逻辑中著名的全称三段论 Barbara 只是 $U10 \wedge U10 \rightarrow U10$ 的一个特例, 特称三段论 Ferio 和 Bocardo 分别是 $P00 \wedge U11 \rightarrow P01$ 和 $P01 \wedge U01 \rightarrow P01$ 的特例。

⁶其中第一个前提是前前提, 小前提的第一个项是小项即结论中的前项; 第二个前提是大前提, 大前提的第二个项是大项即结论中的后项; 剩下的中间两个项是中项。

根据逻辑涵义的特征确定的这 24 类基本的有效三段论,与传统教科书中的 24 个有效三段论有着根本的不同。前者是根据逻辑涵义的特征确定的,而任何逻辑涵义确定的命题如 U10,在传统教科书的意义上都有以下 8 种逻辑等值的不同的命题形式⁷:

$$\begin{array}{cccc} \text{Aab} & \text{Eanb} & \text{NIanb} & \text{NOab} \\ \text{Anbna} & \text{Enba} & \text{NInba} & \text{NONbna} \end{array}$$

因此这 24 类基本的有效三段论中任何一类都可以有 $8 \times 8 \times 8 = 512$ 种形式上不同的三段论,在教科书的意义上,这 24 类基本的有效三段论实际上对应着 $24 \times 512 = 12288$ 种形式上不同的有效三段论。除了基本的有效三段论,还剩下可以被分为弱化和非弱化的 UUP 型的三段论。

首先考虑弱化的 UUP 型三段论。在传统逻辑中任何全称命题都可以推出两个特称命题(如),这两个特称命题与全称命题有共同的词项,并且有一个词项的周延值发生了改变。因此,周延值不同的四种全称命题中每个都有两种满足条件的变化情况:

$$\text{U11} \rightarrow \text{P10} \wedge \text{P01} \quad \text{U10} \rightarrow \text{P11} \wedge \text{P00} \quad \text{U01} \rightarrow \text{P11} \wedge \text{P00} \quad \text{U00} \rightarrow \text{P10} \wedge \text{P01}$$

威廉姆森指出,传统逻辑中所谓的弱化三段论之所以是弱的,是因为这些三段论本可以得出一个更强的全称命题,却将由该全称命题推出的特称命题作为了结论。因此在前文已经得出共有 8 种 UUU 型三段论的情况下,只需要将 UUU 型三段论的全称结论以相应的特称命题替换即可得到弱化的三段论,因此共存在 $8 \times 2 = 16$ 种弱化三段论。例如 $\text{U11} \wedge \text{U01} \rightarrow \text{P10}$ 和 $\text{U11} \wedge \text{U01} \rightarrow \text{P01}$ 都是 $\text{U11} \wedge \text{U01} \rightarrow \text{U11}$ 的弱化版本。

最后考虑非弱化的 UUP 型三段论(如 Darapti、Felapton、Fesapo),这类三段论有效的规则为所有词项都是单值的。例如 Darapti ($\text{Aba} \wedge \text{Abc} \rightarrow \text{Iac}$: $a=0, b=1, c=0$),符合该条件的三段论仅有以下八种:

$$\begin{array}{cccc} \text{U11} \wedge \text{U11} \rightarrow \text{P11} & \text{U11} \wedge \text{U10} \rightarrow \text{P10} & \text{U10} \wedge \text{U01} \rightarrow \text{P11} & \text{U10} \wedge \text{U00} \rightarrow \text{P10} \\ \text{U01} \wedge \text{U11} \rightarrow \text{P01} & \text{U01} \wedge \text{U10} \rightarrow \text{P00} & \text{U00} \wedge \text{U01} \rightarrow \text{P01} & \text{U00} \wedge \text{U00} \rightarrow \text{P00} \end{array}$$

综上所述,根据威廉姆森的周延值理论可以得到 $8 \times 3 + 8 \times 2 + 8 = 48$ 类不同逻辑涵义三段论,又因为每类三段论都有 512 种不同的形式,因此共有 $48 \times 512 = 24576$ 种形式不同的有效三段论。

威廉姆森的周延值理论基于对命题的量和词项的量的分析,计算出了所有 48 类不同逻辑涵义三段论。但威廉姆森的分析方法过于抽象,无法直观地体现出

⁷这 8 种命题间的等价性很容易由传统逻辑或现代逻辑得到证明。

与命题的内容相关的词项因素,这使得其计算出 48 类不同逻辑涵义的三段论的过程既不直观也不完整。考虑到词项的周延性在现代逻辑中可以由词项的正负出现定义,因此,结合经典量词理论对周延理论的刻画,可以用词项的正负出现直接表示词项的量,进而将词项与词项的量同时用符号表示出来。例如逻辑涵义特征为 U00 的命题 $\forall x(\neg A(x) \rightarrow B(x))$ 可以转化为“ $\rightarrow$ ”不出现的命题 $\forall x(Ax \vee Bx)$,并进一步直接表示为 **Uab**,其中 U 代表命题的量,a 和 b 分别代表词项变元 A 和 B,a 和 b 的正出现直接对应着 a 和 b 不周延的量。在这种表示方法中,a 和 b 的顺序并不影响命题的涵义,即 **Uab** 和 **Uba** 没有任何区别。因此威廉姆森所描述的八种不同逻辑涵义的命题可以表示为:

Uab	Ua$\bar{b}$	U$\bar{a}$b	U$\bar{a}\bar{b}$
$\forall x(Ax \vee Bx)$	$\forall x(Ax \vee \neg Bx)$	$\forall x(\neg Ax \vee Bx)$	$\forall x(\neg Ax \vee \neg Bx)$
Pab	Pa$\bar{b}$	P$\bar{a}$b	P$\bar{a}\bar{b}$
$\exists x(Ax \wedge Bx)$	$\exists x(Ax \wedge \neg Bx)$	$\exists x(\neg Ax \wedge Bx)$	$\exists x(\neg Ax \wedge \neg Bx)$

阿尔瓦雷斯 ([1]) 利用这种表示方法,并结合阿尔瓦雷斯与科雷亚所提出的公理集得到了所有有效三段论。遵循阿尔瓦雷斯的方式,也可以将威廉姆森得出 48 类不同逻辑涵义的三段论的完整过程具体地展示出来。设三段论的中项、小项和大项分别为 **m**、**s** 和 **p**,小项所在的前提为小前提,大项所在的前提为大前提。

首先分析现代逻辑视角下严格有效的三段论。如果大前提命题的量为 U,那么大前提可以为 **Ump**、**Ump $\bar{p}$** 、**U $\bar{m}$ p**、**U $\bar{m}\bar{p}$** 。当大前提为 **Ump** 时,由于其中 **m** 不周延,所以根据联合公理在小前提中 **m** 必须周延,因此小前提可以是以下四种 **m** 负出现在其中的命题“**U $\bar{m}$ s**、**U $\bar{m}\bar{s}$** 、**P $\bar{m}$ s**、**P $\bar{m}\bar{s}$** ”:

1. 小前提为 **U $\bar{m}$ s** 时,根据特称公理,结论的量只能为 U;根据联合公理,结论中词项的量应该与前提中保持一致,因此 **Ump** 和 **U $\bar{m}$ s** 的结论为 **Usp**。
2. 小前提为 **U $\bar{m}\bar{s}$** 时,根据特称公理,结论的量只能为 U;根据联合公理,结论中词项的量应该与前提中保持一致,因此 **Ump** 和 **U $\bar{m}\bar{s}$** 的结论为 **U $\bar{s}$ p**。
3. 小前提为 **P $\bar{m}$ s** 时,根据特称公理,结论的量只能为 P;根据联合公理,结论中词项的量应该与前提中保持一致,因此 **Ump** 和 **P $\bar{m}$ s** 的结论为 **Psp**。
4. 小前提为 **P $\bar{m}\bar{s}$** 时,根据特称公理,结论的量只能为 P;根据联合公理,结论中词项的量应该与前提中保持一致,因此 **Ump** 和 **P $\bar{m}\bar{s}$** 的结论为 **P $\bar{s}$ p**。

同理可知,当大前提为 **Ump $\bar{p}$** 、**U $\bar{m}$ p**、**U $\bar{m}\bar{p}$** 时,每个大前提都可以与 4 个小前提结合从而形成 4 个严格有效的三段论。

如果大前提命题的量为 P,那么大前提可以为 **Pmp**、**Pmp $\bar{p}$** 、**P $\bar{m}$ p**、**P $\bar{m}\bar{p}$** 。当大前提为 **Pmp** 时,小前提的量根据特称公理只能为 U,又由于大前提中 **m** 不周延,

所以根据联合公理在小前提中 m 必须周延, 因此小前提可以是以下两种 m 负出现在其中的命题 “ $U\bar{m}s$ 、 $U\bar{m}\bar{s}$ ”:

1. 小前提为 $U\bar{m}s$ 时, 根据特称公理, 结论的量只能为 P ; 根据联合公理, 结论中词项的量应该与前提中保持一致, 因此 Pmp 和 $U\bar{m}s$ 的结论为 Psp 。
2. 小前提为 $U\bar{m}\bar{s}$ 时, 根据特称公理, 结论的量只能为 P ; 根据联合公理, 结论中词项的量应该与前提中保持一致, 因此 Pmp 和 $U\bar{m}\bar{s}$ 的结论为 $P\bar{s}p$ 。

同理可知, 当大前提为 $Pm\bar{p}$ 、 $P\bar{m}p$ 、 $P\bar{m}\bar{p}$ 时, 每个大前提都可以与 2 个小前提结合从而形成 2 个严格有效的三段论。因此, 共有 $4 \times 4 + 2 \times 4 = 24$ 个严格有效的三段论。

最后考虑涉及存在预设问题即非严格有效的三段论, 这类三段论即为威廉姆森所谓的 UUP 型三段论, 两个前提的量都是 U 并且由于存在预设问题与特称公理使得结论的量只能为 P 。所以大前提只能为 Ump 、 $U\bar{m}p$ 、 $U\bar{m}\bar{p}$ 、 $U\bar{m}\bar{p}$ 。当大前提为 Ump 时, 若 m 有存在预设问题, 则意味着 m 在小前提中的正负性与大前提中的正负性保持一致, 因此小前提可以为 Ums 、 $U\bar{m}\bar{s}$:

1. 小前提为 Ums 时, 根据联合公理, 结论中词项的量应该与前提中保持一致, 因此 Ump 和 Ums 的结论为 Psp 。
2. 小前提为 $U\bar{m}\bar{s}$ 时, 根据联合公理, 结论中词项的量应该与前提中保持一致, 因此 Ump 和 $U\bar{m}\bar{s}$ 的结论为 $P\bar{s}p$ 。

若 s 有存在预设问题, 则 m 没有存在预设问题, 即 m 在小前提中的正负性与大前提中的正负性相反, 因此小前提可以为 “ $U\bar{m}s$ 、 $U\bar{m}\bar{s}$ ”:

1. 小前提为 $U\bar{m}s$ 时, 根据联合公理, p 的量应与前提中保持一致, 又因为结论中 s 的量应与前提中的量相反, 因此 Ump 和 $U\bar{m}s$ 的结论只能为 $P\bar{s}p$ 。
2. 小前提为 $U\bar{m}\bar{s}$ 时, 根据联合公理, p 的量应与前提中保持一致, 又因为结论中 s 的量应与前提中的量相反, 因此 Ump 和 $U\bar{m}\bar{s}$ 的结论只能为 Psp 。

若 p 有存在预设问题, 则 m 没有存在预设问题, 即 m 在小前提中的正负性与大前提中的正负性相反, 因此小前提可以为 “ $U\bar{m}s$ 、 $U\bar{m}\bar{s}$ ”:

1. 小前提为 $U\bar{m}s$ 时, 根据联合公理, s 的量应与前提中保持一致, 又因为结论中 p 的量应与前提中的量相反, 因此 Ump 和 $U\bar{m}s$ 的结论只能为 $P\bar{s}\bar{p}$ 。
2. 小前提为 $U\bar{m}\bar{s}$ 时, 根据联合公理, s 的量应与前提中保持一致, 又因为结论中 p 的量应与前提中的量相反, 因此 Ump 和 $U\bar{m}\bar{s}$ 的结论只能为 $P\bar{s}\bar{p}$ 。

同理可知, 当大前提为 $U\bar{m}p$ 、 $U\bar{m}\bar{p}$ 、 $U\bar{m}\bar{p}$ 时, 每个大前提都可以形成 6 个涉及存在预设问题的三段论。因此, 共有 $4 \times 6 = 24$ 个非严格有效的三段论。

$Ump \wedge U\bar{m}s \rightarrow Usp$	$Ump \wedge U\bar{m}s \rightarrow U\bar{s}p$	$U\bar{m}p \wedge U\bar{m}s \rightarrow U\bar{s}p$	$U\bar{m}p \wedge U\bar{m}s \rightarrow Usp$
$U\bar{m}p \wedge Ums \rightarrow Usp$	$U\bar{m}p \wedge U\bar{m}s \rightarrow U\bar{s}p$	$U\bar{m}p \wedge Ums \rightarrow U\bar{s}p$	$U\bar{m}p \wedge U\bar{m}s \rightarrow Usp$
$Ump \wedge P\bar{m}s \rightarrow Psp$	$Ump \wedge P\bar{m}s \rightarrow P\bar{s}p$	$U\bar{m}p \wedge P\bar{m}s \rightarrow P\bar{s}p$	$U\bar{m}p \wedge P\bar{m}s \rightarrow Psp$
$U\bar{m}p \wedge Pms \rightarrow Psp$	$U\bar{m}p \wedge P\bar{m}s \rightarrow P\bar{s}p$	$U\bar{m}p \wedge Pms \rightarrow P\bar{s}p$	$U\bar{m}p \wedge P\bar{m}s \rightarrow Psp$
$Pmp \wedge U\bar{m}s \rightarrow Psp$	$Pmp \wedge U\bar{m}s \rightarrow P\bar{s}p$	$P\bar{m}p \wedge U\bar{m}s \rightarrow P\bar{s}p$	$P\bar{m}p \wedge U\bar{m}s \rightarrow Psp$
$P\bar{m}p \wedge Ums \rightarrow Psp$	$P\bar{m}p \wedge U\bar{m}s \rightarrow P\bar{s}p$	$P\bar{m}p \wedge Ums \rightarrow P\bar{s}p$	$P\bar{m}p \wedge U\bar{m}s \rightarrow Psp$
$Ump \wedge Ums \rightarrow Psp$	$Ump \wedge U\bar{m}s \rightarrow P\bar{s}p$	$U\bar{m}p \wedge Ums \rightarrow P\bar{s}p$	$U\bar{m}p \wedge U\bar{m}s \rightarrow Psp$
$U\bar{m}p \wedge U\bar{m}s \rightarrow Psp$	$U\bar{m}p \wedge U\bar{m}s \rightarrow P\bar{s}p$	$U\bar{m}p \wedge U\bar{m}s \rightarrow P\bar{s}p$	$U\bar{m}p \wedge U\bar{m}s \rightarrow Psp$
$Ump \wedge U\bar{m}s \rightarrow P\bar{s}p$	$Ump \wedge U\bar{m}s \rightarrow P\bar{s}p$	$Ump \wedge U\bar{m}s \rightarrow Psp$	$Ump \wedge U\bar{m}s \rightarrow P\bar{s}p$
$U\bar{m}p \wedge U\bar{m}s \rightarrow P\bar{s}p$	$U\bar{m}p \wedge U\bar{m}s \rightarrow Psp$	$U\bar{m}p \wedge U\bar{m}s \rightarrow P\bar{s}p$	$U\bar{m}p \wedge U\bar{m}s \rightarrow Psp$
$U\bar{m}p \wedge Ums \rightarrow P\bar{s}p$	$U\bar{m}p \wedge U\bar{m}s \rightarrow P\bar{s}p$	$U\bar{m}p \wedge U\bar{m}s \rightarrow Psp$	$U\bar{m}p \wedge U\bar{m}s \rightarrow P\bar{s}p$
$U\bar{m}p \wedge Ums \rightarrow Psp$	$U\bar{m}p \wedge U\bar{m}s \rightarrow Psp$	$U\bar{m}p \wedge U\bar{m}s \rightarrow P\bar{s}p$	$U\bar{m}p \wedge U\bar{m}s \rightarrow P\bar{s}p$

总之, 利用同时体现词项与词项的量与命题的量的表示方法, 根据阿尔瓦雷斯与科雷亚所提出的公理集, 可以得到计算出 $24 + 24 = 48$ 类有效三段论的具体过程。在威廉姆森的观点下, 表达任何一种逻辑涵义的命题都可以由 8 个不同的形式表示, 这使得每类三段论都可以有 $8 \times 8 \times 8 = 512$ 个不同的形式, 因此共有 $512 \times 48 = 24576$ 个不同形式的有效三段论; 而阿尔瓦雷斯与科雷亚没有像威廉姆森一样引入命题的否定算子, 因此表达任何一种逻辑涵义的命题都仅有 4 个不同的逻辑形式, 这使得每类三段论只有 $4 \times 4 \times 4 = 64$ 个不同的形式, 因此共有 $64 \times 48 = 3072$ 个不同形式的有效三段论。但不论是什么样的观点, 当三段论接纳负词项后, 都存在逻辑涵义不同的 48 类有效三段论, 每一类有效三段论都存在多个不同的逻辑形式, 这使得传统理论中的 Darii 和 Datisi 都只是以不同形式重复出现的 $U\bar{m}p \wedge Pms \rightarrow Psp$ 的特例。根据同时体现词项与词项的量与命题的量的表示方法, 上述 48 类有效三段论如下:

5 结语

在保证词项逻辑中负词项合法地位的前提下, 对周延理论进行怎样的修改才能使词项逻辑恢复一致并判定出全部有效三段论, 是词项逻辑面临的有待解决且必须解决的难题。全面预设词项逻辑中的词项为非空词项的解决方案, 不仅会在语义方面限制词项逻辑, 而且无法彻底消解周延理论中存在的 inconsistency。周延理论难题在现代存在两类可行的解决方案: 要么在保留周延性概念的内涵的情况下修改传统逻辑对命题中词项周延性的四条规定, 要么删除或修改周延性概念的内涵以保留命题中词项周延性的四条规定。第一种方案使得命题中词项的周延性得

到了更加精细的划分,但这也导致这种较为复杂的周延性规定难以与现代逻辑中的研究成果相结合。相比之下,第二种方案得到了大量现代逻辑学家的支持,因为其不仅可以与经典量词理论和广义量词理论等现代逻辑的研究成果相结合,而且可以为接纳负词项的词项逻辑推理的有效性提供一种简单的判定技术,并由此确定出 $512 \times 48 = 24576$ 或 $64 \times 48 = 3072$ 种形式不同的有效三段论,甚至将其与形式化的 *Dictum de Omni* 结合,还可以用于构造现代词项逻辑的形式系统。这种方案体现着词项逻辑中周延理论最前沿的发展趋势。词项逻辑是一种由亚里士多德以及后来众多学者经过两千多年发展起来的逻辑理论,结合现代逻辑完善周延理论,不仅对逻辑学科有重要的意义,而且有利于在现实中充分发挥词项逻辑在培养一般大众和逻辑初学者逻辑思维的过程中发挥的基础性作用。

参考文献

- [1] E. Alvarez, 2016, "Canonical syllogistic moods in traditional aristotelian logic", *Logica Universalis*, **10(4)**: 517–531.
- [2] E. Alvarez and M. Correia, 2012, "Syllogistic with indefinite terms", *History and Philosophy of Logic*, **33(4)**: 297–306.
- [3] E. Alvarez and T. Lungenstrass, 2019, "Aristotelian logic axioms in propositional logic: the pouch method", *History and Philosophy of Logic*, **40(1)**: 12–21.
- [4] J. van Benthem, 1984, "Questions about quantifiers", *The Journal of Symbolic Logic*, **49(2)**: 443–466.
- [5] J. van Benthem, 1986, *Essays in Logical Semantics*, Dordrecht: Reidel.
- [6] M. Correia, 2009, "The syllogistic theory of boethius", *Ancient Philosophy*, **29(2)**: 391–405.
- [7] P. T. Geach, 1980, *Reference and Generality: An Examination of Some Medieval and Modern Theories*, Cornell University Press.
- [8] W. Hodges, 1998, "The laws of distribution for syllogisms", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, **39(2)**: 221–230.
- [9] W. Hodges, 2009, "Traditional logic, modern logic and natural language", *Journal of Philosophical Logic*, **38(6)**: 589–606.
- [10] J. N. Keynes, 1906, *Formal Logic*, London: Macmillan.
- [11] J. Lukasiewicz, 1957, *Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Formal Logic*, Oxford: Clarendon Press.
- [12] D. Makinson, 1969, "Remarks on the concept of distribution in traditional logic", *Noûs*, **3(1)**: 103–108.
- [13] J. Miller, 1932, "Negative terms in traditional logic: distribution, immediate inference, and syllogism", *Monist*, **42(1)**: 96–111.

- [14] T. Parsons, 2006, “The doctrine of distribution”, *History and Philosophy of Logic*, **27(1)**: 59–74.
- [15] S. Peters and D. Westerståhl, 2006, *Quantifiers in Language and Logic*, Oxford: Clarendon Press.
- [16] R. van Rooij, 2012, “The propositional and relational syllogistic”, *Logique et Analyse*, **55(217)**: 85–108.
- [17] F. Sommers, 1975, “Distribution matters”, *Mind*, **84(333)**: 27–46.
- [18] F. Sommers, 1982, *The Logic of Natural Language*, Oxford: Clarendon Press.
- [19] Kretzmann, N. and Stump, E.(eds.), 1988, *The Cambridge Translations of Medieval Philosophical Texts*, **Vol. 1**, Cambridge: Cambridge University Press.
- [20] C. Williamson, 1971, “Traditional logic as a logic of distribution values”, *Logique et Analyse*, **14(56)**: 729–746.
- [21] C. Williamson, 1988, “How many syllogisms are there?”, *History and Philosophy of Logic*, **9(1)**: 77–85.
- [22] 陈慕泽, “词项周延性的一阶语言定义”, 中国人民大学学报, 1997 年第 3 期, 第 28–31 页。
- [23] 郭世铭, “周延性问题”, 自然辩证法研究, 1997 年增刊, 第 136–137, 148 页。
- [24] 李建华、陈波, “一个传统逻辑的难题”, 湖南师范大学社会科学学报, 2010 年第 6 期, 第 19–23 页。
- [25] 刘新文, “周延理论和内插定理”, 逻辑学研究, 2012 年第 2 期, 第 50–62 页。
- [26] 王路, 逻辑的观念, 2000 年, 北京: 商务印书馆。
- [27] 张燕京、郑甲平, “弗雷格的函数-自变元理论及其对现代逻辑和语言哲学的影响”, 湖南科技大学学报 (社会科学版), 2020 年第 2 期, 第 23–29 页。

(责任编辑: 执子)

A Puzzle in Distribution Doctrine and its Solutions

Yanjing Zhang Xingrui Li

Abstract

Traditional term logic attempts to accept negative terms that are not recognized by Aristotle logic, but this makes traditional term logic an inconsistent theory due to the conflict between the introduction of negative terms and traditional distribution doctrine. Cancelling the legal status of negative terms can directly eliminate inconsistency, but it will greatly reduce the expression and reasoning ability of term logic. Therefore, how to modify the distribution doctrine to restore consistency in term logic and determine all valid syllogisms is a major puzzle faced by term logic. Traditional logicians have explored the puzzle to some extent, but have not produced a generally accepted and feasible solution. Modern logicians have two ways to solve this puzzle, which are to modify or retain the four provisions of the distribution of terms in propositions. The second way can be combined with the research results of modern logic and further determine all valid syllogisms that accept negative terms, reflecting the cutting-edge development trend of distribution doctrine in term logic. Solving this puzzle will help to improve the theory of logic and promote the further development of term logic.

Yanjing Zhang School of Philosophy and Sociology, Hebei University
zhyanjing@163.com

Xingrui Li School of Philosophy and Sociology, Hebei University
15075596551@163.com