

任意性和全称概括规则

朱薇

摘要: 数学证明中常有“设自然数 n 为任意自然数”, “设三角形 ABC 为任意三角形”这样的习语。通过证明自然数 n 或者三角形 ABC 具有某种属性, 推出论域中的所有对象都具有同样的属性。这种论证方式被称为全称概括规则 (Universal Generalization), 简称 UG 规则。UG 规则往往被视为一条有效推理规则, 但这条推理规则是如何得到辩护的? 纵观对 UG 的各类辩护, 大多基于对“任意性 (arbitrariness)”的阐释, 从而为 UG 规则提供辩护。本文以当下具有代表性的对 UG 规则的辩护和对任意指称的论述为基础, 提出了一种新的任意指称原则 (Principle of Arbitrary Reference, 简称 PAR*), 并据此为 UG 规则辩护。

关键词: 全称概括规则; 任意性; 任意指称; 任意指称原则

中图分类号: B81

文献标识码: A

1 UG 规则及其根岑 (G. Gentzen) 辩护

数学证明中常有“设自然数 n 为任意自然数”和“设三角形 ABC 为任意三角形”这样的习语。通过证明自然数 n , 或者三角形 ABC 具有某种属性, 从而推出论域中的所有对象都具有同样的属性。在欧几里德 (Euclid) 的《几何原本》中, 对命题 I.32 的证明就使用了这样的证明方法: 通过证明一个任意三角形 ABC 具有内角和等于两个直角和的属性, 继而推出所有三角形的内角和等于两个直角和。这种推理方式的巧妙在于: 只需证明一个任意三角形具有某种属性, 而不必对所有三角形做出逐一推理, 就能推出所有三角形都具有同样的属性。逻辑学家在对推理进行形式化的研究中, 将数学中这样的推理模式形式化为全称概括规则, 简称 UG 规则。它可表述为:

Aa

$\therefore (x)Ax$

收稿日期: 2019-12-05

作者信息: 朱薇

北京大学哲学系宗教学系

zhu_wei@pku.edu.cn

根岑对 UG 规则的辩护为 ([7], 第 78 页):

$\forall$ -I: 如果对于“任意 a ” Aa 得以证明, 则 $(x)Ax$ 成立。预设 a 是“完全地任意的”可以更加精确地表达为: Aa 必须不依赖于对象变元 a 出现的任何假设。这一条, 加上一个显然的要求, 即 a 在 Aa 中的每个出现都必须被替换为一个 x , 得到 Ax , 二者精确地组成了适用于 $\forall$ -I 式的“对变元的约束”。

可见, 根岑辩护中对“任意性”这个概念的解释, 是为 UG 规则辩护的关键。根据这种解释, 根岑为 UG 规则的辩护可表述为:

- 1) Aa (a 指称“完全地任意的个体对象”。
- 2) Aa 不依赖于对象变元 a 出现的任何假设, 即 Aa 不依赖于对象 a 的特殊属性。
- 3) Aa 不依赖于对象 a 的特殊属性, 那么 A 适用于论域中的所有对象。
- 4) $\therefore (x)Ax$ 。

2 任意性和任意指称

围绕着任意性, 当下的讨论涉及以下两类问题:

- (1) 在非形式推理中, 任意对象只是一种说法方式吗? UG 规则究竟是对论域中的所有对象同时进行推理, 还是只就一个对象推理?
- (2) UG 规则作为形式规则, 前提中所推理的对象究竟是一个任意的对象? 还是被任意指称到的一个普通对象? 如果对任意性的理解是前者, 那么我们就需要对任意对象提出解释, 并论证为什么通过证明这个任意对象具有某个属性, 那么所有对象都具有这个属性。如果对任意性的理解是后者, 我们就需要回答元语义层面的问题: 凭借什么一个表达式能任意指称到一个对象; 和回答知识论层面的问题: 为何我们对这个对象完全无知; 以及解释 UG 规则怎样得到辩护: 为什么通过推理这个被任意指称到的对象得出的属性为论域中所有对象具有。

围绕着第一类问题, 拉姆齐 (F. P. Ramsey) 支持将 UG 规则理解为对所有对象推理 ([14])。在他看来, 我们可以通过使用量词谈论所有对象, UG 规则是对所有对象的推理。然而, UG 规则作为一条推理规则的用意在于, 通过论证一个对象具有某种属性, 就能推理得出所有对象都具有这个属性。如果按照拉姆齐的理解, 那么推理的前提和结论都是所有对象, 这是对 UG 规则的误解。罗素 (B. Russell) 指出 ([15], 第 227 页):

此概括性论述 (general enunciation) 告诉我们有关所有三角形的事, 但具体的论述 (particular enunciation) 则取出一个三角形, 并就这同一个三角形进行论断。但这个取出的三角形是任意三角形 (any triangle), 不是某一个特殊 (some one special) 三角形: 所以, 尽管, 在证明中, 只有一个三角形被处理, 证明却获得了概括性。如果我们说“令 $\triangle ABC$ 为一个三角形, 则边 AB 与边 AC 之和大于边 BC ”, 我们是在说关于一个三角形的事, 而不是所有三角形; 但这个被关注的一个三角形却彻底地晦涩不清 (ambiguous), 因此我们的断言也同样彻底地晦涩不清。我们并非断言了任何一个限定的 (definite) 命题, 而是断言了一个假设 $\triangle ABC$ 为这个或那个三角形而产生的一个未确定 (undetermined) 的命题。晦涩不清的断言这一概念非常重要, 至关重要的是不要将晦涩不清的断言与在所有情况下都包含同样东西的限定的断言混为一谈。

这段引文指出 UG 规则并非是对所有对象同时论证, 而是就一个对象且是同一个对象在论证。只不过, 这个被指称到的对象晦涩不清。与罗素类似, 弗雷格 (G. Frege) 也不认为论证任意三角形等同于论证所有三角形, 弗雷格则以一种论式 (mechanism) 对任意性加以更进一步的阐释 ([6], 第 287–288 页):

(祖备尔先生) 试图回避我所提出的一些问题……他把变元定义为不限定 (indefinite) 的数字。但是有不限定的数字吗? 数字必须要被分为限定的和不限定的吗? 有不限定的人吗? 难道不是每个对象都必须是限定的吗? “可数字 n 不就是不限定的吗?” 我不熟悉数字 n 。“ n ” 不是任何数字的专名, 无论它是限定的还是不限定的。不过, 我们有时会说“数字 n ”。这怎么可能? 这样的表达必须在上下文中进行考察。让我们举个例子。“如果数字 n 是偶数, 则 $\cos n\pi = 1$ 。”在这里, 只有整个表述才有涵义 (sense), 前件自身没有, 后件自身也没有。不仅数字 n 是否为偶数这个问题无法回答; 是否 $\cos n\pi = 1$ 也无法回答。要给出答案, “ n ” 须是一个数字的专名, 在这种情况下, n 必然是限定的。我们写字母 n 的目的是为了概括。这预设了, 如果我们把它替换为一个数字的名字, 那么前件和后件就都会取得意义。

当然, 我们可以在这里谈到不限定性; 但是此处“不限定”这个词不是修饰“数字 n ”的形容词, 而“无限定地”是修饰, 比如动词“指示 (denote)”的一个副词。我们不能说“ n ”指定 (designates) 了一个不限定的数字, 但我们可以说它不限定地表示 (indicates) 了数字。

依照弗雷格所言, 对数字 n 进行论证, 包含以下两层含义: (1) 要在对数

字 n 进行断言的整个句子里（包括前件与后件）谈论数字 n ；(2) 数字 n 是一个限定的数字的占位符：数字 n 本身既不是限定的数字，也不指定一个不限定的数字，数字 n 只是不限定地表示了数字。具体而言，这是一种“表明限定的数字只要放在数字 n 所占的位置上，整个句子就会获得意义”的论式。故而，UG 规则亦为有赖于任意 a 的一种论式：任意 a 既不是一个特别的对象，也不指定一个任意的对象， a 只是表示了一个占位符，它可以任意地表示具体对象。具体而言，UG 规则是这样得到辩护的：

- 1) Aa 。
- 2) 论域中对象的名字可安置于 a 在 Aa 中的所有的出现上。
- 3) $\therefore (x)Ax$ 。

围绕着第二类问题，当下对任意性有两种不同的观点，分别将任意性理解为对象的任意性和指称的任意性。在研究任意对象的理论中，具有代表性的有法因 (K. Fine) 和泰南特 (N. Tennant) ([5])，法因 ([4]) 为任意对象的辩护，夏皮洛 (S. C. Shapiro) ([16]) 提出的任意对象的逻辑，霍斯顿 (L. Horsten) ([8]) 基于法因 ([4]) 提出的关于任意对象的形而上学的讨论。法因等关于任意对象理论，有赖于提出形而上学的系统性解释和论证，目前还存在较多争议。我们不就其展开讨论。在研究任意指称的理论中，颇具影响力的有马丁诺 (E. Martino) 提出的任意指称理论 (Thesis of Arbitrary Reference, 简称 TAR) ([11])；卡拉拉 (M. Carrara) 和马丁诺 ([3]) 及卡拉拉 ([2]) 提出的任意指称原则 (Principle of Arbitrary Reference, 简称 PAR)；布莱肯里奇 (W. Breckenridge) 和马季多 (O. Magidor) 提出的任意指称原则 (Arbitrary Reference, 简称 AR) ([1])；和最近帕米拉 (M. Palmira) 将任意指称策略用在解决还原论中的任意同一性问题 (the problem of arbitrary identification) 中 ([12])。

在任意指称的讨论中，被任意指称选出的对象被视为是一个被固定的单个对象。但根据什么来固定一个对象？根据帕米拉 ([12])，这是两个层面的问题：元语义层面问题和知识论层面问题。元语义层面的问题表述为：凭借什么一个给定的表达式得到它所得到的语义？比如，凭借什么，数字和命题的表达式可指称一个单个的对象。在此，即要回答凭借什么被冠以符号 a 的对象是任意指称所指的对象。知识论层面的问题可以表述为：为什么任意指称解释了我们无知于表达式的所指？在此，即要回答，为什么对任意指称的对象 a 所指的是哪个对象一无所知？显然，回答知识论问题有赖于回答元语义问题，因为只有理解任意指称的过程，才能回答我们为什么不知道被任意指称到的那个对象。

目前有两个主要的观点试图回答这些问题，它们分别是：原初语义事实论

(Semantic Primitivism) 和选择行为语义论 (Act of Choice Semantics)。这两个论点的核心分歧在于是否接受随附论 (Supervenience Thesis)。随附论的主张是：语义事实 (semantic facts) 随附于使用事实 (use facts)¹。

原初语义事实论由布莱肯里奇和马季多在 [1] 提出, 并由 [9] 得到发展。布莱肯里奇和马季多所提出的 AR 原则为 ([1], 第 377 页):

任意指称 (AR): 任意地固定一个表达式的指称是可能的。当我们这样做时, 表达式取得其普通类型的语义值, 尽管我们不知道, 也不能知道它取得的具体值是多少。

布莱肯里奇和马季多的观点可被归结为: (1) 通过任意指称选出对象是原初语义事实 (primitive semantic fact); (2) AR 原则保证了可以任意地固定被指称的对象; (3) 任意指称的原初性导致了我们对究竟是哪个对象被固定一无所知。可见, 原初语义事实论拒斥了随附论, 主张任意指称是原初语义事实, 以此解决元语义层面的问题; 继而, 从任意指称是原初的语义事实, 推出我们无知且不可知任意指称所指的对象, 知识论层面的问题随之得以解决。

布莱肯里奇和马季多对 UG 规则的辩护引用了普拉韦兹 (D. Prawitz) 对“适当的”与“不适当的”推理的区分 ([13])。根据这种区分, UG 规则是不适当的推理: “适当的推理是以直截了当的方式有效的推论: 如果前提是真的那么结论也必须是真的。不适当的推理是以稍微更迂回的方式进行的有效的推理。” ([1], 第 393 页)。布莱肯里奇和马季多继而解释说 ([1], 第 394 页):

我们想要说的关于 UG 规则的应该已经清楚: UG 是一种不适当的推理规则。令简是一个任意的人。并非如果是简拥有某些属性, 则所有人都必须拥有此属性。而是, 如果能够证明简有某种属性, 那么所有人都有这种属性。原因如下: 根据 AR, 我们无法知道“简”所指的是哪个人。我们所知道的只有简不是这个就是那个人。因此, 在证明简有某种属性时, 我们可以诉诸的简的唯一属性是简与所有他人共有的属性。

基于 AR, 布莱肯里奇和马季多对 UG 规则的辩护可表述为:

- 1) a 是由 AR 原则所确保的被任意指称的对象。
- 2) Aa , 且 Aa 是通过证明得到, 证明中不需要对 a 做其他假设。

¹使用事实即物理事实的总和, 比如说话人在给定情境中使用某个表达式的倾向, 环境的物理结构等等。随附论意味着使用事实先于语义事实。

- 3) Aa , 且证明 Aa 时可以诉诸的 a 的唯一属性是 a 与所有对象共有的属性。
4) $\therefore (x)Ax$ 。

原初语义事实论主张 AR 原则作为原初语义事实足以固定一个对象。姑且不论原初事实论本身是否可靠, 即使承认原初语义事实论, 我们认为这个理论也忽略了两个关键问题, 可将 AR 原则置于疑地:

其一, 即使我们承认原初语义事实论, 但 AR 不足以固定一个对象。这是因为, AR 默认一个隐含假设: 论域中的任何对象可以被任意地指称到。这个隐含假设并不为 AR 或者原初语义事实所包含。如果这个隐含假设不成立, 那么 AR 并不能保证能任意地固定一个对象。

其二, 就算如布莱肯里奇和马季多所言, AR 回答了“是什么”保证了“任意地固定一个对象”; 但它没有解释“如何”“任意地固定了一个对象”。从这个意义上说, 任意性仍然没有得到解释。不仅如此, 根据布莱肯里奇和马季多([1])的论述, 他们还在字面意义上将任意对象与被任意指称到的对象等同起来([1], 第382页):

我们很高兴承认皮埃尔是一个任意的法国人, 但是我们否认这意味着皮埃尔是一个特殊类型的对象, 即不是一个普通的、有血有肉的、具体的法国人。根据我们的观点, 一个任意的法国人不过是一个法国人被任意地指称了。

如果把 AR 原则与布莱肯里奇和马季多的这段论述结合起来, 可以推出: “被任意地指称到的对象”等同于“任意的对象”; 一个“任意的对象”是一个“普通的、未知且不可知的对象”; 那么, “任意的”等同于“普通的、未知的、不可知的”。然而, 一个普通的、未知的、不可知的对象并不见得是一个任意的对象。

综合上述对任意性的解释和对 UG 规则的辩护, 布莱肯里奇和马季多也只是比前人论述更精确而已。比如, 在根岑辩护的基础上, 布莱肯里奇和马季多强调了 Aa 是通过证明得到。但我们提出的两个问题, 削弱了布莱肯里奇和马季多提出的 AR 及其对 UG 规则的辩护。

在任意指称理论中, 还有一支选择行为语义论。它源于马丁诺([11]), 并在[2, 3]中得到进一步发展, 目前有相当影响力。选择行为语义论, 主张保持现有的随附论, 认为任意指称作为语义事实随附于使用事实。

马丁诺提出 TAR 时指出([11], 第65页):

似乎普遍认为, 一旦客观存在, 例如实数, 已经被接受, 有关实

数的一般理论就可以通过使用量化方法来发展, 不再需要每个数字能被单个指称。相反, 我们断言单个指称到论域中任何对象的完美可能性极为关键, 哪怕是以实在论的视角来看。我们将把这个断言称为 TAR (任意指称命题)。

这里 TAR 是单个指称可行的前提, 故而也是各种任意指称原则的隐含假设和保证。卡拉拉提出的 PAR, 表述为“论域中的任何对象都可以通过指称行为来取出” ([2]), 它也与 TAR 一致。

卡拉拉和马丁诺的选择行为语义论指出一个理想主体能够通过实指选出论域中任何对象。同时, 由于选择行为语义论保持了随附论, 所以任意指称选出某个对象这一语义事实随附于理想主体的选择行为这一使用事实。理想主体通过实指来选择对象这一想法来自于克里普克 (S. Kripke) ([10]) 中提到的最初命名仪式 (initial baptism)。不过, 在选择行为语义论中, 这个命名仪式是由理想主体完成的。马丁诺还提出 ([11], 第 69 页):

我们可以如下解释习语“令 a 为一个任意对象”: 我们让这个主体随其心意 (不用跟我们商量关于被选择的这个对象的任何事), 并且称它为“ a ”。显然形容词“任意的”并不是这个被选择的对象的属性, 而是选择行为的自由。相应地, 我们假设以下的选择行为原则 (Choice Act Principle, CAP):

CAP. 论域中的任何对象都能被该理想主体选出。

这意味着一个理想主体有通往论域中对象的直接通道, 通过实指, 理想主体能取出任何对象。故而选择行为语义论回答了元语义层面的问题。同时, 由于理想主体不跟我们商量被选择的对象的任何事, 我们和理想主体之间也没有沟通, 故而不知道也不可能知道理想主体究竟选择了哪个对象, 从而知识论层面的问题也随之得到回答。

卡拉拉和马丁诺对 UG 规则的辩护如下 ([3], 第 299 页):

在这种概念框架下, 全称量词规则 (IV) 被如下辩护。设想一个理想主体任意地选择一个我们一无所知的个体 b 。如果我们能仅仅通过对个体 b 推理, 从而得出它满足公式 $A(x)$, 由于, 据我们所知, 任何对象都可能是被选中对象, 我们可以得出结论每个对象都有这个属性, 并且因此, 推出 $\forall x A x$ 。

这种对 UG 规则的辩护, 可表述为:

- 1) 理想主体通过实指选出论域中的对象 a , 我们对 a 一无所知。

- 2) Aa , 且任何对象都可能是被选中的对象。
- 3) $\therefore (x)Ax$ 。

3 任意指称原则 PAR* 和 UG 规则的辩护

我们认为, 拒斥随附论代价较大。一个较为合理的任意指称原则, 不仅需要考虑到如何回答元语义层面和知识论层面的问题, 还需要考虑到它如何为 UG 规则提供辩护方案。我们通过修正卡拉拉和马丁诺 ([3]) 的观点, 更加明确地提出一个新的任意指称原则 PAR*, 具体如下:

PAR*: 一个理想主体可通过实指选择论域中的任何对象, 并以某个字母为其命名, 使得通过对这个字母推理得出的属性不可区分论域中的对象。

PAR* 反映了本文对以上问题的考虑: 首先, 任意指称随附于理想主体的选择和命名行为, 这是对元语义层面问题的回答; 其次, 我们对任意选择出的对象的无知, 是因为它被命名和可被理想主体命名, 这是对知识论层面问题的回答; 最后, 这个由理想主体选择和命名行为取出的对象, 不仅其自身无法与论域中任何对象区分开, 并且通过推理这个对象得出的属性也无法区分论域中的对象, 这适用于为 UG 规则提供辩护。

PAR* 是对 TAR、PAR 想法的延续, 它能确保论域中的任何对象可以被单个指称所固定, 这种固定方式是由理想主体的选择行为所完成的。理想主体通过实指取出的对象只是论域中的一个普通对象, 被命名为某个字母, 比如 a 。任何对象可以被理想对象取出, 保证了单个指称得以可能。在这一点上, 我们与马丁诺 ([11])、卡拉拉和马丁诺 ([3]) 持相同看法。但是, 我们对元语义问题和知识论问题的回答方式和卡拉拉和马丁诺 ([3]) 的观点有所不同。我们认为, 对所选择对象的无知来源于最初的命名仪式。克里普克对最初的命名仪式的解释是 ([10], 第 91、96 页):

某个人, 比方说, 一个婴儿, 出生了; 他的父母用一定的名字来称呼他。他们对他们的朋友们谈论着他。其他人见过他。通过各种各样的谈话, 这名字环环传布着, 就像在锁链上一样。在锁链最远端的说话人, 曾经在市场或者别处听过, 比如理查德·费曼 (R. Feynman), 也会指称理查德·费曼, 尽管他不能记起最初从谁那儿听说过费曼, 或者从谁那儿曾经听说过费曼。他知道费曼是一个有名的物理学家。最终通向这个人一定的沟通渠道交流的确抵达说话人。一条回到费曼他自身的沟通链, 通过他所属的社群对这个名字环环传布, 已然建立。

最初的“命名”(initial baptism)发生了。在此这个对象可以由实指所命名,抑或这个名字的指称可由描述所固定。当这个名字“环环传布”时,这个名字的接收者必须,我认为,打算当他学会用它时和他听到的人一样使用它。

试想,我们让理想主体从论域中,比如从自然数集中,任意取出一个自然数时,理想主体取出的实际上是一个具体的自然数,或许是 17,或许是 79011,理想主体取出这个具体的自然数时,知道这个自然数是多少。可一旦理想主体对其命名为 n 后,这个自然数的具体属性(比如奇偶性),对我们而言,就已经被抹去了。我们知道的和能知道的只不过是 n 是从自然数集中被理想主体任意取出的一个自然数,我们不知道也不可能知道它究竟是哪一个自然数。这样,在对 n 进行推理时,也不可能运用到任何别的假设。这是我们对知识论问题的回答。马丁诺([11]),卡拉拉和马丁诺([3])中对无知的解释是我们和理想主体之间“缺乏沟通”,或“我们不是理想主体”。这种解释可能会引发一些疑问,比如,如果我们和理想主体缺乏沟通,为什么理想主体会听从我们的要求并任取一个对象呢?以及,理想主体任取一个具体对象后,比如 17,为什么不直接交给我们具体对象 17 呢?毕竟 17 才是理想主体任取的那个对象。如果理想主体交给我们这个任取的具体对象 17,并不违背 TAR 和 PAR,但我们就会知道这个任取的对象是 17,从而无法回答知识论层面的问题。由于存在这些疑问,我们认为,无知不仅仅是因为任意选择,还因为这个被任意选择的具体对象“被命名”和“可被命名”。对于“被命名”和“可被命名”,马丁诺指出([11],第 68 页):

特别是,他们感觉到论证的有力性在于,在不对 a 做任何假设,获知一个确定对象 a 满足 $P(a)$ 之后,人们便可以正确地得出 $(x)P(x)$ 。但是,由于 $P(a)$ 的证明明显利用了 a 的可命名性(nameability),所以只有在假设每个对象都是可命名的情况下才能证明概括性的结论。从没有数学家认为有必要把这个假设明确提出的这一事实,似乎表明原则上单称任何对象的可能性隐含在对象的一般概念中。

但 TAR, PAR 始终没有直接明确地把这一点体现在任意指称原则中,使其成为解释任意性和回答两个层面问题的重要组成部分。所以,在这个意义上,我们认为,PAR* 相对于 TAR 和 PAR 的优势,并不仅仅是它更精确一些,而是 PAR* 明确指出了理解任意性不可缺少的环节在哪里。

PAR* 还要求通过对命名字母推理得出的属性不可区分论域中的对象。这是因为,一个理想主体任取一个对象并将它命名为 n ,无论它被取出时,原本

是 17, 或是 79011, 这时指称的任意性也已经随附于选择和命名而产生了。知识论层面上, 由于无知, 我们无法将 n 与论域中的其他对象区分开了。继而我们对 n 进行证明时, PAR^* 还确保被证明得出的 n 的属性不可区分论域中的对象。一种属性如果能区分论域中的对象, 则意味着这种属性是论域中一部分对象所具有的特殊属性, 而不是所有对象共有的属性。所以当证明 n 得出的属性不能区分论域中的对象时, 就为所有对象所共有了。比如“能被 2 整除”这种属性, 是偶数的特殊属性。通过论证任意自然数 n , 要求通过推理 n 得出的属性不用于区分自然数集中的对象, 那么也就排除了“能被 2 整除”这种属性。

这样, PAR^* 保证了以下三条:

- (1) 理想主体通过实指从论域中选出任何对象。
- (2) 理想主体并可以以某个字符为选出的对象命名。
- (3) 在通过推理这个字符时得到的属性不可区分论域中的对象, 使得这个字符所满足的属性为论域中的所有对象所具有。

故而 PAR^* 为 UG 规则的辩护可表述为:

- 1) 理想主体通过实指选出论域中的对象并以字符 a 为之命名, 使得通过 a 证明的属性不能区分论域中的对象。
- 2) Aa 被证明, 且属性 A 不可区分论域中的对象。
- 3) $\therefore (x)Ax$ 。

PAR^* 是在前人为 UG 规则辩护和对任意指称论述基础上的修正方案。这个方案考虑到了任意指称的隐含假设, 并最终为任意指称, 元语义层面和知识论层面的问题, 提出了一个准确的解释。虽然这可能会带来很多争议, 但如果 PAR^* 是可行的, 它在为 UG 规则辩护的同时, 也为一些基本问题提供一个解决方案。

参考文献

- [1] W. Breckenridge and O. Magidor, 2012, “Arbitrary reference”, *Philosophical Studies*, **158(3)**: 377–400.
- [2] M. Carrara, 2020, “On Arbitrary Reference”, Manuscript.
- [3] M. Carrara and E. Martino, 2010, “To be is to be the object of a possible act of choice”, *Studia Logica*, **96(2)**: 289–313.

- [4] K. Fine, 1985, “Natural deduction and arbitrary objects”, *Journal of Philosophical Logic*, **14**(1): 57–107.
- [5] K. Fine and N. Tennant, 1983, “A defence of arbitrary objects”, *Proceedings of the Aristotelian Society, Supplementary Volumes*, **57**: 55–89.
- [6] G. Frege, 1991, *Collected Papers on Mathematics, Logic, and Philosophy*, Oxford: Wiley-Blackwell.
- [7] G. Gentzen, 1969, *The Collected Papers of Gerhard Gentzen*, Amsterdam: North-Holland.
- [8] L. Horsten, 2019, *The Metaphysics and Mathematics of Arbitrary Objects*, Cambridge: Cambridge University Press.
- [9] S. Kearns and O. Magidor, 2012, “Semantic sovereignty”, *Philosophy and Phenomenological Research*, **85**(2): 322–350.
- [10] S. A. Kripke, 1980, *Naming and Necessity*, Cambridge: Harvard University Press.
- [11] E. Martino, 2001, “Arbitrary reference in mathematical reasoning”, *Topoi*, **20**(1): 65–77.
- [12] M. Palmira, 2018, “Arbitrary reference, numbers, and propositions”, *European Journal of Philosophy*, **26**(3): 1069–1085.
- [13] D. Prawitz, 1965, *Natural Deduction: A Proof-Theoretical Study*, Stockholm: Almqvist & Wiksell.
- [14] F. P. Ramsey, 1926, “The foundations of mathematics”, *Proceedings of the London Mathematical Society*, **2**(1): 338–384.
- [15] B. Russell, 1908, “Mathematical logic as based on the theory of types”, *American Journal of Mathematics*, **30**(3): 222–262.
- [16] S. C. Shapiro, 2004, “A logic of arbitrary and indefinite objects”, in D. Dubois, C. Welty and M.-A. Williams (eds.), *Proceedings of the Ninth International Conference on Principles of Knowledge Representation and Reasoning*, pp. 565–575, California: AAAI Press.

(责任编辑：映之)

Arbitrariness and Universal Generalization

Wei Zhu

Abstract

In mathematical proofs, there are often locutions such as “Let n be an arbitrary natural number” and “Let ABC be an arbitrary triangle”. By proving that the natural number n or the triangle ABC has certain properties, it is concluded that all objects in the universe of domain share the same properties. This inference rule is called Universal Generalization, abbreviated as UG. UG is often regarded as a valid inference rule, but how is this inference rule justified? Throughout the various defenses of UG, most of them are based on the interpretation of “arbitrariness”, so as to provide the justification for UG. Based on the current typical justifications of UG and the discussions on arbitrary reference, we propose a new principle of arbitrary reference*, on the basis of which we defend UG.