

能处理一类“why 问题”的问题逻辑系统

张保垒

摘 要: 现今的问题逻辑系统能较好地处理“whether 问题”, 但处理“why 问题”面临困难。本文对辛迪卡的命题逻辑询问探究系统作了适当的修改, 通过添加“why 提问规则”的方式, 构建了一个能处理一类“why 问题”的询问探究系统 IMI_{pw} , 并证明了“询问推导与经典推导的关系定理”、“询问推导的可靠性定理”等重要元定理。

关键词: 问题逻辑; whether 问题; why 问题; 询问探究模型

中图分类号: B81

文献标识码: A

1 问题逻辑的基本概念

问题逻辑 (the logic of questions 或 erotetic¹ logic) 是逻辑学的一个分支, 又称为问句逻辑 (the logic of interrogatives 或 the logic of questions)、问答逻辑 (the logic of questions and answers)、询问逻辑 (interrogative logic) 等, 它主要研究与问题有关的话题, 诸如: 问句 (interrogatives 或 questions) 及问句所表达问题 (questions 或 issues) 的逻辑结构, 问题与解答 (answers) 的关系, 问句的语义解释, 适用于问题的推理关系, 互动场景中提问 (questioning) 或问答行为对信息流的影响, 问句的预设, 语用及有关的哲学话题等。

汉语中的“问题”又称作“问句”, 与英文中的“interrogatives”或“questions”意思相近。“问句”属于一种句子类型, 存在于自然语言或形式语言中, “问题”的所属则不那么明显: 有时它指一种特殊类型的句子, 如“各种自然语言中的问题都有一些独特的语法特征”; 有时还可以指称一种思维形式, 如“我们提出问题时经常借助疑问句”。英语中“questions”一词的常见含义有三种: 自然语言或形式语言中的问句 (interrogatives)、作为行为方式的提问 (questioning) 和作为语义

收稿日期: 2021-01-14

作者信息: 张保垒 华东师范大学哲学系
吕梁学院中文系
zhzeyi@163.com

基金项目: 国家社科基金重大项目“逻辑词汇的历史演进与哲学问题研究”(20&ZD046)、山西省高等学校哲学社会科学基金项目“问句逻辑与语言学的交叉研究”(2019W201)。

致 谢: 本文的完成得益于导师冯棉教授的精心指导与帮助, 在此深表感谢。感谢审稿人对本文提出的修改意见。

¹英文单词 erotetic 源于希腊文单词 erotema, 后者的意思是“问题”。(参见 [6], 第 1 页)

内容的问题 (issues)。² 研究 “questions” 的不同学科尤其是问题逻辑中的不同进路都有各自所关注的某种含义, 举例而言: 语言学尤其是其语法部分主要研究第一种含义下的 “questions”, 语用学特别是言语行为理论主要研究第二种含义, 第三种用法下问题的含义 (sense), 或提问行为的内容 (content) 则是问题逻辑尤其是其逻辑语义部分的关注对象。

与问题有关的诸多概念中, 最重要的一个可能就是 “解答” (answers), 作为语言形式的 “问题” (即问句), 其解答也是某种语言形式, 作为问句之语义内容的 “问题”, 其解答也是一个语义概念。问题逻辑研究中往往对解答做两点规定: ([1], 第 3 页)

- (i) 问句的解答是陈述句, 相应地, 作为语义形式的问题, 其解答是命题。
- (ii) 解答所提供的信息, 不多不少恰好是解决问题所需要的信息, 即解答应当 “完全地、且恰好完全地解决了问题”。

问题的预设也是问题逻辑研究中的一个重要概念, 在 “预设” 一词的直观用法下, 无论在语义还是语用层面上, 一个问题都预设了很多东西, 问题逻辑中研究的预设主要是一个语义概念, 在语义层面, 所有的逻辑规律都是任一问题的预设, 但研究者希望在一个更狭窄的意义上谈论问题的预设, 其中贝尔纳普对问题预设的定义被问题逻辑研究者普遍接受: “一个陈述是一个问题的预设, 当且仅当该陈述的真是该问题有真解答的必要条件。” ([1], 第 5 页) 在某问题的诸多预设中, 可能有一些预设能衍推其他所有预设, 这类预设语义上对应同一个命题, 在语法上往往能定义出表征该命题的一个公式, 这一公式常被称作问题的唯一预设 (the presupposition), 本文使用 “预设” 一词, 多是在 “唯一预设” 的意义上使用。

2 “whether 问题” 和 “why 问题”

现代的问题逻辑系统建立在形式语言的基础上, 本文构建的问题逻辑系统使用形式语言 $\mathcal{L}_{\text{IMI}}^P$, 它是经典命题逻辑语言 $\mathcal{L}_C^P$ 的扩充, $\mathcal{L}_C^P$ 以 $p_1, p_2, \dots$ 为命题变元 (用 p, q 分别表示 p_1, p_2), 以 $\sim, \wedge, \vee$ 作为初始联结词, $A \rightarrow B := \sim A \vee B$, $A \leftrightarrow B := (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$, 其中 $:=$ 是定义符号, A, B 是 $\mathcal{L}_C^P$ 中的任意公式。 $\mathcal{L}_{\text{IMI}}^P$ 是在 $\mathcal{L}_C^P$ 基础上增加逻辑常量 $?, \{ \}$ 和二元标点逗号 “,” 得到的扩充, 其中两个常量是为表征问题引入的, 称作问题常量 (erotetic constants), $\mathcal{L}_{\text{IMI}}^P$ 中公式的定义是:

定义 1 ($\mathcal{L}_{\text{IMI}}^P$ 的公式).

²对 question 一词的详细讨论, 参见 [2], 第 1059 页。

- (i) $\mathcal{L}_C^P$ 中的公式都是 $\mathcal{L}_{\text{IMI}}^P$ 中的公式, 称作 ($\mathcal{L}_{\text{IMI}}^P$ 中的) 经典公式, 本文用 A 、 B 、 C (均可加下标) 表示 $\mathcal{L}_{\text{IMI}}^P$ 中的经典公式;
- (ii) 若 $A_1, \dots, A_n$ ($n \geq 1$) 都是 $\mathcal{L}_C^P$ 中的公式且当 $n \geq 2$ 时 $A_1, \dots, A_n$ 互不相同, 则 $? \{A_1, \dots, A_n\}$ 也是 $\mathcal{L}_{\text{IMI}}^P$ 中的公式, 称作 ($\mathcal{L}_{\text{IMI}}^P$ 中的) 问题;
- (iii) $\mathcal{L}_{\text{IMI}}^P$ 中的任一公式都由 (i) 和 (ii) 生成。

可将 $\mathcal{L}_{\text{IMI}}^P$ 中的问题分为两类, 即:

($\mathcal{L}_{\text{IMI}}^P$ 中的) “whether 问题”, 指形如 $? \{A_1, \dots, A_n\}$ (其中 $n \geq 2$ 且 $A_1, \dots, A_n$ 都是经典公式且互不相同) 的表达式。whether 问题 $? \{A_1, \dots, A_n\}$ 可读作 “诸命题 $A_1, \dots, A_n$ 中哪个成立?”, 形式的 whether 问题一般用于表征自然语言中具有有限个解答的问题, 后者被称作自然语言中的 whether 问题, 如 “Whether he is coming?”、“Who is coming, Ann or Bob?”、“今天是星期几?” 等。有一类特殊的 whether 问题, 即形如 $? \{A, \sim A\}$ 的问题, 称作是非问题, 其直观含义是 “ A 成立与否?”。本文规定, whether 问题 $? \{A_1, \dots, A_n\}$ 的所有解答构成的解答集即 $\{A_1, \dots, A_n\}^3$, 预设是 $A_1 \vee \dots \vee A_n$ 。

($\mathcal{L}_{\text{IMI}}^P$ 中的) “why 问题”, 指形如 $? \{A\}$ 的表达式, 其中 A 是经典公式。本文规定, why 问题 $? \{A\}$ 预设即公式 A , 其解答是形如 $B_1, \dots, B_n, ((B_1 \wedge \dots \wedge B_n) \rightarrow A)$ (其中 $n \geq 1$ 且 $B_1 \wedge \dots \wedge B_n$ 不同于 A) 的任一公式序列, 这种 why 问题所表征的只是自然语言中的一类 why 问题, 即询问某个命题成立的原因、理由或充分条件的 why 问题, 例如问题 “为什么电灯灭了?” 及其一个解答 “停电了, 停电就导致电灯灭” 可分别表征为 $? \{A\}$ 和 $B, B \rightarrow A$ (其中 A 表示 “电灯灭了。”, B 表示 “停电了。”), 再如 “为什么桌面受到的空气压力增大了?” 及其一个解答 “空气压强增大了, 桌面受力面积没变, 前两者导致桌面所受压力增大。” 可分别表征为 $? \{A\}$ 和 $B_1, B_2, (B_1 \wedge B_2 \rightarrow A)$ (其中 A 表示 “桌面受到的空气压力增大了。”, B_1 表示 “空气压强增大了。”, B_2 表示 “桌面受力面积没变。”)。

Why 问题具有重要研究价值, 科学哲学中对某个事实 F 的解释可理解为对关于这一事实的 why 问题 “Why F ?” 的回答, 因而对 why 问题的逻辑分析对于科学解释而言是一项重要工作, 历史上很多科学哲学家都对 why 问题有过讨论。([5]) Why 问题也具有特殊性, 其本身及其解答的逻辑结构似乎比其他问题更为复杂, 本文无意解决与 why 问题有关的种种困难, 仅关注形式语言 $\mathcal{L}_{\text{IMI}}^P$ 中的上述那类 why 问题并构建一种相应的逻辑系统, 这种构建是在辛迪卡的有关工作基础上进行的, 接下来先对辛迪卡的询问探究模型进行简要考察。

³注意, $\{A_1, \dots, A_n\}$ 是一个集合, 但问题表达式 $? \{A_1, \dots, A_n\}$ 中的 “{ }” 不是集合符号, 而是逻辑常量符号。

3 辛迪卡的询问探究模型 IMI

辛迪卡的询问探究模型 **IMI** 在不同语境中含义可能不同, 它有时指一种特定的思想范式, 这种范式在探究者的推演行为之外特别强调提问行为在探究过程中的作用, 这种用法下的 **IMI** 是一个专有名词, 即 the interrogative model of inquiry, 作为思想范式的 **IMI** 被辛迪卡描述为一种博弈活动, 即探究者 (the Inquirer) 和自然界 (Nature) 在某个固定模型基础上的博弈, 探究者的目标是获得某个特定结论或解决某个特定问题, 为实现目标可采取提问行为或推演行为: 借助提问, 探究者向自然界获取信息并将其用于后续探究, 借助推演, 探究者在已有信息的基础上进行普通的演绎推理。自然界在这一活动中就像一个配角, 其作用只是回答探究者的提问: 在可以回答的时候给出回答。辛迪卡之所以用博弈论的术语表达 **IMI** 的思想, 只是为了强调探究活动中的策略因素, **IMI** 的具体版本很少用到现代博弈论的结果。若要在技术上实现上述想法, 就要构建 **IMI** 的具体版本, 诸如经典命题逻辑版本、一阶逻辑版本、认知逻辑版本等, 抽象意义上 **IMI** 中的推演行为和提问行为在具体版本中分别实现为演绎步骤 (deductive moves) 和询问步骤 (interrogative moves), 两类步骤在具体逻辑系统内的实施则要借助各种逻辑规则。后文中 **IMI** 所处的语境将表明该词是在哪种含义下被使用的。

辛迪卡在构建 **IMI** 的形式系统时, 采用的是以贯列 (sequents) 为结点的表列演算 (tableau calculus) 样式, 一般含有四类规则: 结构规则、联结词规则、特殊规则和提问规则, 其中提问规则说的是: “若某问题的预设出现在了子表列的左侧, 探究者就可以向信息库 (the oracle) 提出该问题, 若信息库做了解答, 就将解答添加到子表列左侧。” ([3], 第 51 页)⁴ 提问规则表明, **IMI** 中的推导是探究者与信息库之间互动的结果, 其中信息库的唯一贡献是回答探究者提出的问题, 推导的主角是探究者, 探究者在推导过程中既可运用前三类规则从某个贯列得出一个新贯列, 这类步骤类似于经典演绎推理, 称作演绎步骤, 探究者还可以从某个贯列基础上依据提问规则提出问题, 并将信息库的回答纳入推导序列中, 这种步骤称作询问步骤, 正因为允许询问步骤, **IMI** 系统中的推导才被称作询问推导 (interrogative derivation)。

辛迪卡在分析 **IMI** 的形式系统时特别强调认知因素, 比如着力构建认知版本的 **IMI** 系统, 而针对非认知版本的 **IMI** 系统, 则认为其中的每个经典公式 A 都有一个隐藏的前缀认知算子 K ([3], 第 190–191 页), 这样一来, 就可以用与问题求解有关的术语来描述询问推导, 以一阶版本 **IMI** 为例, 设其中某推导序列的初始贯列是 $T \vdash C$ (其中 T 是一个公式序列, C 是一个公式), 认知视角下贯列结论 C 被看作某个问题 Q 的所需 (因为 C 之前被认为有隐藏的认知算子), 由贯

⁴辛迪卡只给出了提问规则的自然语言表述, 且这种表述适用于 **IMI** 的一系列版本。结构规则、联结词规则、特殊规则随着 **IMI** 具体版本的不同而有所区别, 一阶版本 **IMI** 中的这三类规则参见 [3], 第 48–53 页。

列结论开始的询问推导过程即对问题 Q 的求解过程, 故 Q 被称作该询问推导的首要问题 (the principal question), 在询问推导过程中, 还有可能产生一些向信息库提出的问题, 这些问题称作操作问题 (operative questions), 首要问题和操作问题之分对辛迪卡使用 **IMI** 分析 why 问题尤为重要。

辛迪卡对 why 问题的分析是非常独特的, 这种分析需要从认知角度进行, 在 $\mathcal{L}_{\text{IMI}}^P$ 的任一经典公式前均增加一个认知算子后, 可将辛迪卡对 whether 问题和 why 问题的分析总结如下: whether 问题的预设、解答集、所需的逻辑形式分别是 $K(A_1 \vee \dots \vee A_n)$ 、 $\{KA_1, \dots, KA_n\}$ 、 $KA_1 \vee \dots \vee KA_n$, 其中“问题的所需 (the desideratum of a question)”, 被定义为“提问者通过正常使用问题想要达到的特定认知状态”。([4], 第 25 页)⁵ 辛迪卡认为, why 问题是 whether 问题退化为 $n = 1$ 时的情形, 故 why 问题的形式是 $\{A_1\}$, 这种退化不仅体现在 why 问题的逻辑形式, 还体现在其所需、预设、解答: whether 问题 $\{A_1, \dots, A_n\}$ 的所需、预设、解答当 $n = 1$ 时均为 KA_1 , 从而 why 问题 $\{A_1\}$ 的预设、所需、解答的形式也都是 KA_1 , 基于这种分析, 辛迪卡声称 why 问题不像很多研究者所认为的是一类逻辑结构复杂的问题, 而是一类逻辑上极为简单的问题。然而, 辛迪卡的这种解读方式偏离了对 why 问题的传统认识和直观理解, 与自然语言中 why 问题的实际使用情况相去甚远。在自然语言中, 人们询问 “Why A?” ($\{A\}$), 更多地是追问 A 之所以成立的原因、理由或充分条件, 将这些原因、理由或充分条件作为解答是合理的, 而辛迪卡用 “知道 A ” (KA) 来解答则令人费解, 并不适当。本文采用对 why 问题的传统认识和直观理解, 结合自然语言的实际使用情况, 构建一个能处理这一类 why 问题的新系统。

4 能处理一类 “why 问题” 的问题逻辑系统 IMI_{pw}

本节构建问题逻辑系统 IMI_{pw} , 它不仅能处理 whether 问题, 也能处理上述那类 why 问题。 IMI_{pw} 的形式语言即语言 $\mathcal{L}_{\text{IMI}}^P$, IMI_{pw} 中的变形规则都是针对贯列的, 贯列的定义如下:⁶

定义 2 (IMI_{pw} 中的贯列). IMI_{pw} 中的贯列指形如 $A_1, \dots, A_n \vdash B_1, \dots, B_k$ 的表达式, 其中: $n \geq 0$, $n \in \mathbb{N}$ ($\mathbb{N}$ 是全体自然数的集合), $k \geq 0$, $k \in \mathbb{N}$, $A_i \in \mathcal{L}_{\mathcal{C}}^P$ ($1 \leq i \leq n$), $B_j \in \mathcal{L}_{\mathcal{C}}^P$ ($1 \leq j \leq k$)。推断符号 “ $\vdash$ ” 左侧的公式序列 $A_1, \dots, A_n$ 称作该贯列的贯列前提 (the antecedent), “ $\vdash$ ” 右侧的公式序列 $B_1, \dots, B_k$ 称作该贯列的贯列结论 (the succedent 或 the consequent)。

⁵定义中的“正常使用”指提问者确实不知道问题的正确解答并想通过提问改变这种无知状态, 这就排除了对问题的某些使用方式, 包括教师用她们已知道答案的问题去测验学生, 及对问题的修辞性用法等。

⁶本定义参考了 [7], 第 3 页的定义 1.1.4。

当贯列前提或贯列结论为空时,相应地在“ $\vdash$ ”的左侧或右侧不写任何记号,如“ $\vdash B_1, \dots, B_k$ ”、“ $A_1, \dots, A_n \vdash$ ”、“ $\vdash$ ”都是贯列。“ $A_1, \dots, A_n \vdash B_1, \dots, B_k$ ”的直观含义是:“(在系统 $\mathbf{IMI}_{pw}$ 中)以序列 $A_1, \dots, A_n$ 为前提可推出序列 $B_1, \dots, B_k$ ”,改用语义术语即:“若 $A_1, \dots, A_n \vdash B_1, \dots, B_k$ 的前提中每一个公式为真,则该贯列的结论中至少一个公式为真”,从而贯列前提中的逗号被看作合取,贯列结论中的逗号被看作析取。本章用 α 、 β (均可加下标) 表示任意的贯列,用 Γ 、 Δ (均可加下标) 表示任意的有限的经典公式序列 (可以没有公式)。

系统 $\mathbf{IMI}_{pw}$ 是在语言 $\mathcal{L}_{\mathbf{MI}}^P$ 的基础上,添加结构规则、联结词规则、特殊规则和提问规则构成的。 $\mathbf{IMI}_{pw}$ 采用表列演算的样式来进行推理,其中前三类规则 (即结构规则、联结词规则和特殊规则) 的直观含义如下: 规则 $\frac{\alpha}{\beta}$ 的含义是: “若贯列 α 表示的推断不成立,则贯列 β 表示的推断也不成立”, 规则 $\frac{\alpha}{\beta_1 \beta_2}$ 的含义是: “若贯列 α 表示的推断不成立,则贯列 β_1 或 β_2 表示的推断至少有一个不成立”。“贯列 α 表示的推断不成立” 的含义是: “有可能 α 的贯列前提都为真且 α 的贯列结论都为假”。

下面分类列出 $\mathbf{IMI}_{pw}$ 中的变形规则:

1. 结构规则 分为弱化 (weakening) 规则、收缩 (contraction) 规则、交换 (permutation) 规则⁷:

$$\begin{array}{ll}
 \text{(LW)} \quad \frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \Delta} & \text{(RW)} \quad \frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma \vdash \Delta} \\
 \text{(LC)} \quad \frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma, A, A \vdash \Delta} & \text{(RC)} \quad \frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma \vdash A, A, \Delta} \\
 \text{(LP)} \quad \frac{\Gamma_1, A, B, \Gamma_2 \vdash \Delta}{\Gamma_1, B, A, \Gamma_2 \vdash \Delta} & \text{(RP)} \quad \frac{\Gamma \vdash \Delta_1, A, B, \Delta_2}{\Gamma \vdash \Delta_1, B, A, \Delta_2}
 \end{array}$$

(LW) 的直观含义是: 由较多前提推不出的东西, 由较少前提也推不出;

(RW) 的直观含义是: 由特定前提若推不出较多可能性中的一个, 则也推不出较少可能性中的一个;

两条收缩规则表明, 同一公式出现多次和出现一次的效果相同;

交换规则表明, 两个公式在序列中的先后位置无关紧要。

⁷系统 $\mathbf{IMI}_{pw}$ 的贯列中, 贯列前提和贯列结论都可能含有多个公式, 所以每个结构规则分为左右两类: LW (左弱化)、LC (左收缩)、LP (左交换)、RW (右弱化)、RC (右收缩)、RP (右交换)。

2. 联结词规则⁸

$$\begin{array}{ll}
 (\text{L. } \vee) \frac{\Gamma, A \vee B \vdash \Delta}{\Gamma, A \vdash \Delta, \Gamma, B \vdash \Delta} & (\text{R. } \vee) \frac{\Gamma \vdash \Delta, A \vee B}{\Gamma \vdash \Delta, A, B} \\
 (\text{L. } \wedge) \frac{\Gamma, A \wedge B \vdash \Delta}{\Gamma, A, B \vdash \Delta} & (\text{R. } \wedge) \frac{\Gamma \vdash \Delta, A \wedge B}{\Gamma \vdash \Delta, A \vdash \Delta, B} \\
 (\text{L. } \sim) \frac{\Gamma, \sim A \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \Delta, A} & (\text{R. } \sim) \frac{\Gamma \vdash \Delta, \sim A}{\Gamma, A \vdash \Delta}
 \end{array}$$

前两类规则构成了经典命题逻辑的一种表列演算系统。

3. 特殊规则⁹

$$(\text{L. taut}) \frac{\Gamma \vdash \Delta}{\Gamma, A \vee \sim A \vdash \Delta}$$

本规则在经典命题逻辑中亦成立。对于 $\mathbf{IMI}_{\text{pw}}$ 中的询问步骤而言，此规则必不可少，故将其归类为特殊规则。¹⁰

4. 提问规则 提问规则涉及一个关键概念，即信息库，信息库在探究活动中的角色是配角：仅对探究者的提问做回答。辛迪卡的 $\mathbf{IMI}$ 中一般假定信息库满足四个条件，即：¹¹

- (i) 一场探究活动只有一个信息库；
- (ii) 信息库所提供的解答集在探究过程中保持不变；
- (iii) 信息库所提供的解答都为真，且探究者知道其为真；
- (iv) 当某问题有解答在信息库中时，信息库一定要回答该问题。

$\mathbf{IMI}_{\text{pw}}$ 中的信息库也满足上述四点要求，为叙述方便，设 $\mathbf{IMI}_{\text{pw}}$ 中信息库能给出的回答构成集合 $\mathcal{O}_P$ ， $\mathcal{O}_P$ 是一个由 $\mathcal{L}_{\mathbf{IMI}}^P$ 中的经典公式构成的一致集（它可能是无限的，也可能是空集）¹²，称其为 $\mathbf{IMI}_{\text{pw}}$ 中信息库的解答集（the set of all answers of the oracle），在不致混淆时简称其为（ $\mathbf{IMI}_{\text{pw}}$ 的）信息库。在 $\mathbf{IMI}_{\text{pw}}$ 中，探究者一定知道信息库的存在，从而在某些情形下会求助于信息库，但探究者预先却不知道信息库解答集的外延（所以有可能信息库无法回答任何问题，但探究者还是会向其提问），正因为如此，询问行为才可能会扩展探究者的知识，询问探究模型

⁸关于析取和合取的规则参考了 [3]，第 49 页，关于否定的规则出自 [8]，第 490 页。

⁹辛迪卡构建的 $\mathbf{IMI}$ 系统中仅将这条规则与规则 (R. cont) $\frac{\Gamma \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \Delta, A \wedge \sim A}$ 单独列出，系统 $\mathbf{IMI}$ 中没有称它们为特殊规则，参见 [3]，第 52–53 页，系统 $\mathbf{IMI}_{\text{pw}}$ 中用不到规则 (R. cont)。

¹⁰该规则在本文的系统 $\mathbf{IMI}_{\text{pw}}$ 的地位与其在辛迪卡的某些 $\mathbf{IMI}$ 系统中相同，所以在此不再详细讨论，可参见 [3]，第 40–42 页。

¹¹前三条参见 [3]，第 48 页，第 (iv) 条是本文加上的。

¹²即无矛盾的集合，亦即有经典模型的集合。

中探究者所作的推理才不仅仅是演绎推理。在 $\mathbf{IMI}_{pw}$ 中, 探究者既可向信息库提出 $\mathcal{L}_{\mathbf{IMI}}^P$ 中的 whether 问题, 也能提出 $\mathcal{L}_{\mathbf{IMI}}^P$ 中的 why 问题, 所以 $\mathbf{IMI}_{pw}$ 中有两条提问规则, 分别表述如下:

whether 提问规则 (L.Q_{whē}): 推导过程中, 若 whether 问题 $\{A_1, \dots, A_n\}$ 的预设即 $A_1 \vee \dots \vee A_n$ 是某贯列 $\Gamma \vdash \Delta$ 的一个前提公式, 则探究者可以向信息库提出问题 $\{A_1, \dots, A_n\}$ 。若信息库给出了回答 A_i ($1 \leq i \leq n$), 则可得出贯列 $\Gamma, A_i \vdash \Delta$ 。

规则 (L.Q_{whē}) 的图示是:
$$\frac{\Gamma_1, A_1 \vee \dots \vee A_n, \Gamma_2 \vdash \Delta}{\Gamma_1, A_1 \vee \dots \vee A_n, \Gamma_2, A_i \vdash \Delta}$$
, 其中 A_i ($\in \mathcal{O}_P$) 是信息库对问题 $\{A_1, \dots, A_n\}$ 的回答。

设 $\alpha = \Gamma_1, A_1 \vee \dots \vee A_n, \Gamma_2 \vdash \Delta$, 而 $\beta = \Gamma_1, A_1 \vee \dots \vee A_n, \Gamma_2, A_i \vdash \Delta$, 规则 (L.Q_{whē}) 的直观含义是: 在信息库的解答集 $\mathcal{O}_P$ 中的元素都为真的前提下, 若贯列 α 表示的推断不成立, 则贯列 β 表示的推断也不成立。

why 提问规则 (L.Q_{why}): 对于贯列 $\Gamma, A \vdash \Delta$, 探究者可以向信息库提出 why 问题 $\{A\}$ 。若信息库给出回答 $B_1, \dots, B_n, ((B_1 \wedge \dots \wedge B_n) \rightarrow A)$ (其中 $n \geq 1$ 且 $B_1 \wedge \dots \wedge B_n$ 不同于 A), 则探究者可得出贯列 $\Gamma, B_1, \dots, B_n, ((B_1 \wedge \dots \wedge B_n) \rightarrow A) \vdash \Delta$ 。

规则 (L.Q_{why}) 的图示是:
$$\frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma, B_1, \dots, B_n, ((B_1 \wedge \dots \wedge B_n) \rightarrow A) \vdash \Delta}$$
, 其中公式序列 $B_1, \dots, B_n, ((B_1 \wedge \dots \wedge B_n) \rightarrow A)$ (其中每一公式均是 $\mathcal{O}_P$ 中的元素且 $B_1 \wedge \dots \wedge B_n$ 不同于 A) 是信息库对 why 问题 $\{A\}$ 的回答。

规则 (L.Q_{why}) 的直观含义与规则 (L.Q_{whē}) 的直观含义类似, 亦即在信息库的解答集 $\mathcal{O}_P$ 中的元素都为真的前提下, 若规则 (L.Q_{why}) 前提中贯列表示的推断不成立, 则结论中贯列表示的推断也不成立。

$\mathbf{IMI}_{pw}$ 中的推导是一种询问推导, 其中不仅允许结构规则、联结词规则和特殊规则所导致的演绎步骤, 还允许提问规则所导致的询问步骤, $\mathbf{IMI}_{pw}$ 中对贯列 $\Gamma \vdash \Delta$ 的询问推导可表示为向下生长的树型表列, 相关定义如下:

定义 3 (表列及其分枝¹³).

- (i) 由单个贯列 “ $\Gamma \vdash \Delta$ ” 构成的图示称为 “一个以 $\Gamma \vdash \Delta$ 为根的表列”, 这个表列也是其自身唯一的分枝。
- (ii) 由贯列 “ $\Gamma \vdash \Delta$ ” 出发, 运用 $\mathbf{IMI}_{pw}$ 中的变形规则 (结构规则、联结词规则、特殊规则或提问规则) 构造的任一推导图示, 均是 “一个以 $\Gamma \vdash \Delta$ 为根的表列” 或称 “ $\Gamma \vdash \Delta$ 的一个表列” 或 “ $\Gamma \vdash \Delta$ 的一个推导”。设贯列序列 $\alpha_1 (= \Gamma \vdash \Delta), \alpha_2, \dots, \alpha_n$ ($n \geq 2$) 出现在以 $\Gamma \vdash \Delta$ 为根的某个表列 $\mathbb{T}$ 中, 其

¹³ 该定义中的有关术语参考了 [7], 第 5-6 页中的定义 1.1.6。

中每个 α_{i+1} ($i = 1, 2, \dots, n-1$) 都是由上一个贯列依据 $\mathbf{IMI}_{pw}$ 中的变形规则得到的, 且 α_n 的下方没有其他公式, 亦即不对 α_n 施加变形规则, 则称贯列序列 $\alpha_1 (= \Gamma \vdash \Delta), \alpha_2, \dots, \alpha_n$ ($n \geq 2$) 是表列 $\mathbb{T}$ 的一个分枝, 并称任一 α_i ($1 \leq i \leq n$) 为该分枝的一个结点。

- (iii) 设 $\mathbb{T}$ 是 $\Gamma \vdash \Delta$ 的一个表列, 则 $\Gamma \vdash \Delta$ 的贯列前提中的公式亦称作 $\mathbb{T}$ 的初始前提 (the initial premise), $\mathbb{T}$ 的所有初始前提组成的集合称作 $\mathbb{T}$ 的初始前提集, $\Gamma \vdash \Delta$ 的贯列结论中的公式亦称作 $\mathbb{T}$ 的最终结论 (the ultimate conclusion)。

$\Gamma \vdash \Delta$ 表示的推理是否成立, 将根据能否构造出 $\Gamma \vdash \Delta$ 的一个封闭表列来判定, 接下去给出封闭表列的定义:¹⁴

定义 4 (封闭表列). 一个表列是封闭的, 当且仅当该表列的所有分枝是封闭的。其中, 表列的一个分枝是封闭的, 当且仅当其某个结点为以下三种贯列之一:

- (i) 同一公式及其否定均是该结点的贯列前提;
- (ii) 同一公式及其否定均是该结点的贯列结论;
- (iii) 同一公式既是该结点的贯列前提又是其贯列结论。

如果在表列构造过程中, 一个分枝在某个结点实现封闭后, 就不再对此结点施加变形规则, 换言之, 已经封闭的分枝将停止生长, 因为上述三种情形都意味着矛盾的出现, 前文已指出对 $\mathbf{IMI}_{pw}$ 变形规则中的贯列要按其不成立理解, 即“有可能贯列前提都真且贯列结论都假”, 情形 (i) 中, 贯列前提不可能都真, 情形 (ii) 中, 贯列结论不可能都假, 情形 (iii) 中, 贯列前提都真则意味着贯列结论中至少有一个公式为真, 三种情形都与该贯列的不成立相矛盾。从而若 $\Gamma \vdash \Delta$ 的某个表列的任意分枝都封闭, 就意味着 $\Gamma \vdash \Delta$ 不成立会导致矛盾, 故在系统 $\mathbf{IMI}_{pw}$ 中, $\Gamma \vdash \Delta$ 的一个封闭表列 $\mathbb{T}$ 就是对 $\Gamma \vdash \Delta$ 的一个证明, 若 $\mathbf{IMI}_{pw}$ 中存在 $\Gamma \vdash \Delta$ 的一个证明, 则意味着从 Γ 到 Δ 的推导是成立的, 这种推导概念的形式定义是:

定义 5 ($\mathbf{IMI}_{pw}$ 中的推导). 设 $T = \{A_1, \dots, A_n\}$ ($n \geq 0$) 是一个由经典公式构成的公式集, C 是一个经典公式, M 是使得 $\mathcal{O}_P$ 中所有元素为真的一个经典模型 (即一个经典赋值)。则称“ C 是在模型 M 中基于初始前提集 T 经询问推导得出的” (记作: $M : T \vdash_{\mathbf{IMI}_{pw}} C$), 当且仅当, 在 $\mathbf{IMI}_{pw}$ 中能构造出贯列 $A_1, \dots, A_n \vdash C$ 的一个封闭表列。并称 T 是该询问推导的初始前提集, C 是该询问推导的最终结论 (ultimate conclusion)。

根据上述定义, $\mathbf{IMI}_{pw}$ 中的询问推导与辛迪卡的 $\mathbf{IMI}$ 中的询问推导类似, 也是一个混合概念, 是传统真概念和逻辑后承概念的集成:

¹⁴该定义方式参考的是 [3], 第 50 页。

- (i) 若推导过程中没有提出任何问题, 则这种推导是从 T 到 C 的经典推导, 即贯列 $A_1, \dots, A_n \vdash C$ 的封闭表列中未使用提问规则;
- (ii) 若 T 为空集且推导过程中提出的问题 (可以没有问题) 都得到了解答, 这种情形下的询问推导得出了 C 在 M 中的真, 记作 $M \models C$;
- (iii) 若推导的初始前提 T 非空, 且推导过程中用到了信息库给出的解答 (即使用了提问规则), 则称这种询问推导的最终结论 C 是借助信息库从前提集 T 得出的。

下面是 $\mathbf{IMI}_{pw}$ 中的几个推导实例:

例 1.

$$\begin{array}{c}
 \text{(L. } \wedge) \frac{A \wedge (B \vee C) \vdash (A \wedge B) \vee (A \wedge C)}{A, B \vee C \vdash (A \wedge B) \vee (A \wedge C)} \\
 \text{(R. } \vee) \frac{A, B \vee C \vdash A \wedge B, A \wedge C}{A, B \vee C \vdash A \wedge B, A \wedge C} \\
 \text{(L. } \vee) \frac{A, B \vdash A \wedge B, A \wedge C}{A, B \vdash A, A \wedge C} \quad \text{(R. } \wedge) \frac{A, C \vdash A \wedge B, A \wedge C}{A, C \vdash A \wedge B, A} \\
 \text{(*)} \frac{A, B \vdash A, A \wedge C \quad A, B \vdash B, A \wedge C}{A, B \vdash A \wedge B, A \wedge C} \quad \text{(*)} \frac{A, C \vdash A \wedge B, A \quad A, C \vdash A \wedge B, C}{A, C \vdash A \wedge B, A \wedge C}
 \end{array}$$

(*) (R. $\wedge$) 以及 (RP)

该例没有用到提问规则, 从而这种询问推导实质上是经典的演绎推导。

例 2. 设初始前提集 T 为空集 $\emptyset$, 下面是询问推导 $M: \emptyset \vdash_{\mathbf{IMI}_{pw}} p \vee q$ 的一个封闭表列, 它用到了规则 (L. taut) 和规则 (L. Q_{whe}):

$$\begin{array}{c}
 \text{(L. taut)} \frac{}{\vdash p \vee q} \\
 \text{(*)} \frac{\vdash p \vee q}{q \vee \sim q \vdash p \vee q} \\
 \text{(R. } \vee) \frac{q \vee \sim q, q \vdash p \vee q}{q \vee \sim q, q \vdash p, q}
 \end{array}$$

(*) 根据 (L. Q_{whe}) 提出 $\{q, \sim q\}$, 并得到回答 q 。

其中在第二行借助 (L. taut) 引入了重言式 $q \vee \sim q$, 这意味着可以提出问题 $\{q, \sim q\}$, 第三行中借助 (L. Q_{whe}) 得到了解答 q , 这意味着 $q \in \mathcal{O}_P$ 。这种情形下询问推导的最终结论是靠提问得出的, 于是有: $M \models q$ 。

下面是一个既用到规则 (L. Q_{whe}) 又用到规则 (L. Q_{why}) 的例子:

例 3. 设 A 和 $C \wedge D$ 均不同于 B , 以下是询问推导 $M: A \vee B \vdash_{\mathbf{IMI}_{pw}} \sim(\sim C \wedge D)$ 的一个封闭表列:

$$\begin{array}{c}
 \text{(*)} \frac{A \vee B \vdash \sim(\sim C \wedge D)}{(A \vee B, B \vdash \sim(\sim C \wedge D))} \\
 \text{(**)} \frac{(A \vee B, B \vdash \sim(\sim C \wedge D))}{A \vee B, C, D, C \wedge D \rightarrow B \vdash \sim(\sim C \wedge D)} \\
 \text{(R. } \sim) \frac{A \vee B, C, D, C \wedge D \rightarrow B, \sim C \wedge D \vdash}{A \vee B, C, D, C \wedge D \rightarrow B, \sim C \wedge D \vdash} \\
 \text{(L. } \wedge) \frac{A \vee B, C, D, C \wedge D \rightarrow B, \sim C \wedge D \vdash}{A \vee B, C, D, C \wedge D \rightarrow B, \sim C, D \vdash}
 \end{array}$$

- (*) 根据 (L.Q_{why}) 提出 $\{A, B\}$ 并得到回答 B
 (**) 根据 (L.Q_{why}) 提出 $\{B\}$ 并得到回答 C, D 和 $C \wedge D \rightarrow B$

在上述表列的的询问步骤中, 信息库对 whether 问题 $\{A, B\}$ 的回答是 B , 信息库对 why 问题 $\{B\}$ 的回答是 C, D 和 $C \wedge D \rightarrow B$, 由此可知, $\{B, C, D, C \wedge D \rightarrow B\} \subseteq \mathcal{O}_P$, 于是 B, C, D 和 $C \wedge D \rightarrow B$ 都在模型 M 下为真。

接下去证明几个元定理。 $\mathbf{IMI}_{pw}$ 推导过程中, 问题的解答可以作为进一步推演的前提, 从而由前提集 T 出发的询问推导与以 $\mathcal{O}_P \cup T$ 为前提的经典演绎推导有某种联系, 下面的元定理就反映了这种联系:¹⁵

定理 1 (询问推导与经典推导的关系定理). 设 $T = \{A_1, \dots, A_n\}$ ($n \geq 0$) 为初始前提集, $\mathcal{O}_P$ 为 $\mathbf{IMI}_{pw}$ 中信息库的解答集, M 是 $\mathcal{O}_P$ 的一个经典模型, 则: 结论 C 是在 M 中基于初始前提集 T 经过询问推导得出的 (即 $M : T \vdash_{\mathbf{IMI}_{pw}} C$) 当且仅当 C 是可由 $\mathcal{O}_P \cup T$ 通过经典演绎推导得出的, 即 $\mathcal{O}_P \cup T \vdash C$ 。¹⁶

证明. 先证从左到右. 设 $M : T \vdash_{\mathbf{IMI}_{pw}} C$, 则此时 $\mathbf{IMI}_{pw}$ 中存在贯列 $A_1, \dots, A_n \vdash C$ 的封闭表列 $\mathbb{T}$, 可对 $\mathbb{T}$ 分两种情形讨论:

- 情形一, $\mathbb{T}$ 中没有使用提问规则, 此时 $\mathbb{T}$ 可直接作为从 T 到 C 的一个经典演绎推导, 于是有 $T \vdash C$, 再根据经典演绎推导的单调性, 即得 $\mathcal{O}_P \cup T \vdash C$ 。
- 情形二, $\mathbb{T}$ 中使用了提问规则 (L.Q_{why}) 或 (L.Q_{why}), 且整个过程中借助提问规则得到的解答依次是 $S_1, \dots, S_n$, 则这一询问推导可转换为一个经典演绎推导 $\{S_1, \dots, S_n\} \cup T \vdash C$: 只需删除原询问推导表列中由提问规则得到的贯列并将 $S_1, \dots, S_n$ 添加到其余的每个贯列的前提中即可。例如, 前述例 3 中的询问推导 $M : A \vee B \vdash_{\mathbf{IMI}_{pw}} \sim(\sim C \wedge D)$ 中有两次提问, 分别得到解答 B 和 $C, D, C \wedge D \rightarrow B$, 删除两个提问规则得到的贯列, 并将 $B, C, D, C \wedge D \rightarrow B$ 添加到其余的每个贯列的前提中, 则该询问推导就可转换为经典演绎推导 $\{A \vee B, B, C, D, C \wedge D \rightarrow B\} \vdash \sim(\sim C \wedge D)$, 推导表列如下:

$$\begin{array}{c} \text{(R. } \sim) \frac{A \vee B, B, C, D, C \wedge D \rightarrow B \vdash \sim(\sim C \wedge D)}{A \vee B, B, C, D, C \wedge D \rightarrow B, \sim C \wedge D \vdash} \\ \text{(L. } \wedge) \frac{}{A \vee B, B, C, D, C \wedge D \rightarrow B, \sim C, D \vdash} \end{array}$$

而 $\{S_1, \dots, S_n\} \subseteq \mathcal{O}_P$, 根据单调性, 即得 $\mathcal{O}_P \cup T \vdash C$ 。

再证从右到左. 设 $\mathcal{O}_P \cup T \vdash C$, 且该演绎推导中用到 $\mathcal{O}_P$ 中的元素有 $S_1, \dots, S_n$, 则在经典命题逻辑中存在贯列 $A_1, \dots, A_n, S_1, \dots, S_n \vdash C$ 的一个封闭表列, 这一

¹⁵该定理的证明参考了辛迪卡对一阶版本 $\mathbf{IMI}$ 系统的完全性定理的证明, 参见 [3], 第 53–54 页。

¹⁶注意符号 “ $\vdash$ ” 的三种出现方式: “ $\vdash$ ” 的左右两边均是公式序列时, $\Gamma \vdash \Delta$ 表示一个贯列; “ $\vdash$ ” 的左边是公式集 T , 右边是单个公式 C 时, $T \vdash C$ 表示存在从 T 到 C 的经典演绎推导; $M : T \vdash_{\mathbf{IMI}_{pw}} C$ 则表示系统 $\mathbf{IMI}_{pw}$ 中存在从 T 到 C 的询问推导。

表列可按下述思路以转换为系统 $\mathbf{IMI}_{pw}$ 中贯列 $A_1, \dots, A_n \vdash C$ 的一个询问推导表列: 从 $A_1, \dots, A_n \vdash C$ 出发, 对 $i = 1, \dots, n$, 依次使用规则 (L. taut) 引入 $S_i \vee \sim S_i$, 再根据提问规则 (L. Q_{why}) 对问题 $? \{S_i, \sim S_i\}$ 做解答 S_i 。此后再根据弱化规则 (LW) 删除每个 $S_i \vee \sim S_i$ 并拼接上贯列 $A_1, \dots, A_n, S_1, \dots, S_n \vdash C$ 的上述表列即可。例如, 设 $T = \{A\}$, $\{B\} \subseteq \mathcal{O}_P$, $C = A \wedge B$, 则有 $\mathcal{O}_P \cup A \vdash A \wedge B$, 因为有以下封闭表列:

$$(R. \wedge) \frac{A, B \vdash A \wedge B}{A, B \vdash A \quad A, B \vdash B}$$

根据上述方法可得到相应的询问推导表列:

$$\begin{array}{c} (L. \text{taut}) \frac{A \vdash A \wedge B}{A, B \vee \sim B \vdash A \wedge B} \\ (*) \frac{A, B \vee \sim B, B \vdash A \wedge B}{A, B \vdash A \wedge B} \\ (LP), (LW) \frac{A, B \vdash A \wedge B}{A, B \vdash A \quad A, B \vdash B} \\ (R. \wedge) \end{array}$$

(*) 根据 (L. Q_{why}) 提出 $? \{B, \sim B\}$ 得到回答 B □

前文提及, 询问推导推广了模型真的概念, 所以可以期待询问推导在某种意义上的可靠性, 即若前提集中所有元素也在给定模型中为真, 则询问推导的结论也真, 不难证明这种可靠性确实成立:

定理 2 (询问推导的可靠性定理). 设 $T = \{A_1, \dots, A_n\}$ ($n \geq 0$) 为初始前提集, $\mathcal{O}_P$ 为 $\mathbf{IMI}_{pw}$ 中信息库的解答集, M 是 $\mathcal{O}_P$ 的一个经典模型, 若 $M : T \vdash_{\mathbf{IMI}_{pw}} C$, 且前提集中 T 所有元素也在 M 中为真, 则 $M \models C$ 。

证明. 若 $M : T \vdash_{\mathbf{IMI}_{pw}} C$, 根据定理 1, $\mathcal{O}_P \cup T \vdash C$, 后者是经典演绎推导, 具有可靠性, 故由 $\mathcal{O}_P$ 和 T 中的元素在 M 中都真即得 $M \models C$ 。 □

参考文献

- [1] N. Belnap and T. Steel, 1976, *The Logic of Questions and Answers*, New Haven: Yale University Press.
- [2] J. Groenendijk and M. Stokhof, 1997, “Questions”, in J. van Benthem and A. ter Meulen (eds.), *Handbook of Logic and Language* (2nd edition), pp. 1059–1131, Amsterdam; New York: Elsevier.
- [3] J. Hintikka, 1999, *Inquiry as Inquiry: A Logic of Scientific Discovery*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- [4] J. Hintikka, 2007, *Socratic Epistemology: Explorations of Knowledge-Seeking by Questioning*, Cambridge: Cambridge University Press.

-
- [5] A. Koura, 1988, "An approach to why-questions", *Synthese*, **74(2)**: 191–206.
- [6] A. Wiśniewski, 2013, *Questions, Inferences, and Scenarios*, London: College Publications.
- [7] 冯棉, 结构推理, 2015年, 南宁: 广西师范大学出版社。
- [8] 斯蒂芬·科尔·克莱尼 (著); 莫绍揆 (译), 元数学导论 (中译本), 1984年, 北京: 科学出版社。

(责任编辑: 袁之)

A System of Erotetic Logic that Can Deal with a Class of “Why-questions”

Baolei Zhang

Abstract

Most systems of erotetic logic can handle ‘whether-questions’ easily, but they encountered some difficulties when dealing with ‘why-questions’. In this paper, Hintikka’s propositional system of interrogative model of inquiry is modified, and a new system of interrogative inquiry, $\mathbf{IMI}_{pw}$, is constructed with the help of ‘the questioning rule of why-questions’. Some important meta-theorems, which concerns the relationship between interrogative derivation and classic derivation, the soundness of interrogative derivation, are proved.

Baolei Zhang Department of Philosophy, East China Normal University
Department of Chinese Language and Literature, Lvliang University
zhzeyi@163.com